

Relatividade Geral

I. PRINCÍPIO DE RELATIVIDADE

- Relatividade de Galileo: $\vec{x}' = \vec{x} + \vec{v}t, t' = t$
- Todos os pontos são equivalentes
- Todos os instantes são equivalentes

II. CURVATURA

Geometria Euclidiana

Geometria não Euclidiana

O pequeno ser em uma superfície esférica

Um pequeno ser em uma sela

III. PRINCÍPIO DE MACH

O mundo ao nosso redor é infinito e se não houvesse massa nenhuma, girar ou não girar deveria ser equivalente.

IV. ELETRODINÂMICA E RELATIVIDADE

- $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$ e para que a força seja a mesma, os campos devem se transformar um em outro.
- As equações de Maxwell dizem que a radiação eletromagnética se propaga como onda com velocidade $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$.
- As equações de Maxwell são covariantes por transformações de Lorentz, $x' = \frac{x-vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, $t' = \frac{t-vx/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

V. DILATAÇÃO DO TEMPO, CONTRAÇÃO DO ESPAÇO

- $L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$
- $\delta t = \frac{\delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$
- uma barra com alta velocidade vindo pelo chão, passa por um bueiro do tamanho da barra. Ela cai no bueiro ou não?
- tempo próprio, $d\tau^2 = dt^2 - \frac{1}{c^2}d\vec{x}^2$

VI. ENERGIA E MOMENTO

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

$$p^\mu = (p^0/c, \vec{p})$$

VII. VETORES E TENSORES. TRANSFORMAÇÃO RELATIVÍSTICA.

VIII. CORRENTES E TENSOR DE ENERGIA MOMENTO

$$J^\mu = \sum e_n \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{x}_n(t)) \dot{x}^\mu$$

Em hidrodinâmica:

$$T^{\mu\nu} = pg^{\mu\nu} + (p + \rho)u^\mu u^\nu$$

IX. RELATIVIDADE GERAL

- $\xi^\alpha, \frac{d^2 \xi^\alpha}{d\tau^2} = 0$
- $\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{dx^\mu}{d\tau} \right) = 0$
- $\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \frac{\partial^2 \xi^\alpha}{\partial x^\rho \partial x^\nu} \frac{\partial x^\mu}{\partial \xi^\alpha} \frac{dx^\rho}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0$
- $\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\nu\rho}^\mu \frac{dx^\rho}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0$

X. MÉTRICA

- $g_{\mu\nu} = \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x^\mu} \frac{\partial \xi_\beta}{\partial x^\nu} \eta_{\alpha\beta}$
- $d\tau^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$
- $\partial_\lambda g_{\mu\nu} = \Gamma_{\lambda\mu}^\rho g_{\rho\nu} + \Gamma_{\lambda\nu}^\rho g_{\rho\mu}$
- $\Gamma_{\nu\mu}^\rho \frac{1}{2} g^{\rho\sigma} (\partial_\mu g_{\nu\sigma} + \partial_\nu g_{\mu\sigma} - \partial_\sigma g_{\mu\nu})$

XI. LIMITE NEWTONIANO

- $\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{00}^\mu \left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 = 0$
- $g_{\mu\nu} \approx \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$
- $\Gamma_{00}^\mu \approx -\frac{1}{2}g^{\mu\nu} \partial_\nu g_{00}$
- Comparando com a equação de Newton, $g_{00} = -1 + \frac{2GM}{c^2 r}$

XII. DILATAÇÃO DO TEMPO

$$\delta t = (-g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu)^{1/2}$$

Frequencias de luz:

$$\frac{\delta\nu}{\nu} \approx (\delta\phi)$$

XIII. TENSORES E CURVATURA

- Um tensor é um objeto de D índices que se transforma apropriadamente sob transformações gerais de coordenadas.
- $x^{\mu'} = x^{\mu} + \xi^{\mu}$
- $T'^{\mu_1 \dots \mu_m}_{\nu_1 \dots \nu_n} = \prod_i \frac{\partial x'^{\mu_i}}{\partial x^{\rho_i}} \prod_j \frac{\partial x^{\nu_j}}{\partial x'^{\eta_j}} T'^{\rho_1 \dots \rho_m}_{\eta_1 \dots \eta_n}$
- $\Gamma^{\mu}_{\nu\rho}$ não é um tensor
- $R^{\mu}_{\nu\rho\sigma} = \partial_{\rho}\Gamma^{\mu}_{\nu\sigma} - \partial_{\sigma}\Gamma^{\mu}_{\nu\rho} + \Gamma^{\mu}_{\eta\rho}\Gamma^{\eta}_{\nu\sigma} - \Gamma^{\mu}_{\eta\sigma}\Gamma^{\eta}_{\nu\rho}$
- $R^{\mu}_{\nu\rho\sigma}$ é o tensor de Riemann.
- $R_{\mu\nu} = R^{\alpha}_{\mu\alpha\nu}$ é o tensor de Ricci.
- $R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$ é o escalar de curvatura.

XIV. EQUAÇÕES DE EINSTEIN

- As equações de Einstein são o equivalente gravitacional das equações de Maxwell.
- O tensor $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}$ é conservado, assim como o tensor de energia momento.
- Suponhamos então que $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu} \sim T_{\mu\nu}$.
- A constante de proporcionalidade pode ser calculada impondo-se que para uma métrica quase plana obtemos a solução de Newton.
- Obtemos $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}$, onde G é a constante de Newton.

XV. SOLUÇÃO DE SCHWARZSCHILD

- $ds^2 = -\left(1 - \frac{2Gm}{c^2 r}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2Gm}{c^2 r}\right)} + r^2 d\Omega^2$
- Raio de Schwarzschild: $r_c = 2Gm/c^2$
- aquém do raio de Schwarzschild cae-se inexoravelmente dentro do buraco negro!

XVI. SOLUÇÃO DE FRIEDMANN ROBERTSON WALKER

- $ds^2 = -dt^2 + R(t)^2 \left(\frac{dr^2}{(1-kr^2)} + r^2 d\Omega^2 \right)$