Quarta lista de exercícios

1. Considere os campos vetoriais

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E_0} e^{i(\mathbf{k}.\mathbf{r}+\omega t+\delta_1)}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \mathbf{B_0} e^{i(\mathbf{k}.\mathbf{r}+\omega t+\delta_2)}$$

   Determine as condições sobre os vetores $\mathbf{E_0}$, $\mathbf{B_0}$ e $\mathbf{k}$, bem como sobre as constantes ω, δ_1 e δ_2 tal que $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ e $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ sejam soluções das equações de Maxwell com $\mathbf{J} = 0$ e $\rho = 0$.

2. A partir das equações de Maxwell ache as condições de contorno para os campos $\mathbf{D}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ e $\mathbf{B}$ em uma interface entre dois meios quaisquer.

3. Escreva os campos (reais) elétrico e magnético para uma onda monocromática plana de amplitude E_0 e freqüência ω que:

   (a) Se propaga na direção negativa do eixo x e é polarizada na direção z.

   (b) Se propaga na direção da origem para o ponto (1,1,1) com polarização paralela ao plano xz.

   Em cada caso, esboçe a onda e mostre as coordenadas cartesianas explícitas de $\mathbf{k}$ e da polarização $\mathbf{n}$.

4. Calcule os coeficientes de reflexão R e refração T, para o caso onde a polarização é paralela ao plano de incidência. Verifique que $R+T = 1$. (definimos o coeficiente de reflexão como a fração de energia contida na onda refletida, e o coeficiente de transmissão como a fração de energia contida na onda transmitida).

5. Considere uma onda eletromagnética monocromática incidindo em uma fatia de material com permeabilidade elétrica ϵ e $\mu = \mu_0$ de largura l.

   Dê as condições para as quais só haja transmissão de luz (incidência normal). Discuta a possibilidade de reflexão total neste caso.

6. (a) Mostre diretamente que há uma solução das equações de Maxwell para um cabo coaxial dada por

$$\vec{E} = E_0 \frac{\cos(\kappa x - \omega t)}{r} \hat{r}$$

$$\vec{B} = \frac{B_0}{c}\frac{\cos(\kappa x - \omega t)}{r}\hat{\phi}$$

e as condições de fronteira para são satisfeitas.

(b) Ache a densidade de carga $\lambda(x,t)$ e a corrente $I(x,t)$ no condutor interno do cabo coaxial. Ache a densidade de carga líquida e a corrente líquida no condutor externo.

7. O campo elétrico em uma onda esférica (uma das configurações possíveis) é dado por

$$\vec{E} = E_0\left(\frac{\sin\theta}{r}\right)\left[\cos(\kappa r - \omega t) - \left(\frac{1}{\kappa r}\right)\sin(\kappa r - \omega t)\right]\hat{\phi}$$

(a) Mostre que $\vec{E}$ obedece as equações de Maxwell no vácuo, e ache o campo magnético associado.

(b) Calcule o vetor de Poynting $\vec{S}$. Ache a média sobre $\vec{S}$ em um ciclo completo para obter o vetor intensidade $\vec{I}$.

(c) Integre $\vec{I}$ sobre uma esfera de raio R encontrar a potência total (média) irradiada

$$\langle P\rangle = \int \vec{I}.d\vec{a}$$