Lista de Exercícios 4

1. Uma barra de metal de massa m desliza sem atrito sobre dois trilhos condutores paralelos separados por uma distância l. Um resitor R conecta os trilhos através de seus extremos da esquerda (fig.). Há na região um campo magnético $\vec{B}$ que é perpendicular ao plano sobre o qual se encontram os trilhos e que aponta saindo da página. (a) se a barra move-se para a direita com velocidade v, qual é a corrente no resistor ? Em que sentido ela flui ? (b) Qual a força magnética na barra ? Qual a sua direção ? (c) Se em $t = 0$ a barra move-se com velocidade v_0, qual a sua velocidade num tempo t ? (d) A energia inicial da barra é, obviamente, $\frac{1}{2}mv_0^2$. Verifique que a energia liberada para o resistor é exatamente $\frac{1}{2}mv_0^2$.

2. Uma espira metálica quadrada de lado a encontra-se sobre uma mesa, de modo que um de seus lados está a uma distância s de um fio longo que conduz uma corrente I cujo sentido é para a direita (fig.). (a) Ache o fluxo do campo magnético atraés da espira. (b) Se agora alguém puxa a espira diretamente para longe do fio com velocidade v, qual é a força eletromotriz gerada ? Em que sentido flui a corrente ? (c) O que ocorre se a espira for puxada para a **direita** com velocidade v ?

3. Uma espira quadrada de lado a é montada num suporte vertical, de modo a girar com velocidade angular ω (fig.). Um campo magnético uniforme horizontal $\vec{B}$ aponta para a direita. Ache $\epsilon(t)$ para este **gerador de corrente alternada**.

4. Uma casca esférica de raio a, perfeitamente condutora, gira em torno do eixo z com velocidade angular ω num campo magético uniforme $\vec{B} = B_0\hat{z}$. Calcule a força eletromotriz gerada entre o "pólo norte" e o equador.

5. Assumindo-se que a "lei de Coulomb" para cargas magnéticas idealizadas (q_m) seja

$$\vec{F} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_{m_1}q_{m_2}}{r^2}\hat{r}, \tag{1}$$

tente estabelecer a lei de força para um monopólo q_m movendo-se com velocidade $\vec{v}$ através de campos elétrico e magnético $\vec{E}$ e $\vec{B}$. (Para um comentário interessante, veja W. Rindler, Americam Journal of Physics **57**, 993 (1989).)

6. Num **condutor perfeito**, a condutividade σ é infinita, de modo que $\vec{E} = 0$ (pela lei de Ohm, $\vec{J} = \sigma\vec{E}$), e qualquer carga reside na superfície (do mesmo modo que para um condutor imperfeito na eletrostática). (a) Mostre que o campo magnético é constante dentro de um condutor perfeito. (b) Mostre que o fluxo magnético através de uma espira perfeitamente condutora é constante. (c) Um **supercondutor** é um condutor perfeito com a propriedade **adicional** de que o campo magnético (constante) dentro é zero. Essa "exclusão de fluxo" é conhecida como **efeito Meissner**. Mostre que a corrente num supercondutor é confinada à superfície.

7. Considere os campos vetoriais

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E_0} e^{i(\mathbf{k}.\mathbf{r}+\omega t+\delta_1)}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = \mathbf{B_0} e^{i(\mathbf{k}.\mathbf{r}+\omega t+\delta_2)}$$

   Determine as condições sobre os vetores $\mathbf{E_0}$, $\mathbf{B_0}$ e $\mathbf{k}$, bem como sobre as constantes ω, δ_1 e δ_2 tal que $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ e $\mathbf{B}(\mathbf{r},t)$ sejam soluções das equações de Maxwell com $\mathbf{J} = 0$ e $\rho = 0$.

8. A partir das equações de Maxwell ache as condições de contorno para os campos $\mathbf{D}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ e $\mathbf{B}$ em uma interface entre dois meios quaisquer.

9. Escreva os campos (reais) elétrico e magnético para uma onda monocromática plana de amplitude E_0 e freqüência ω que:

   (a) Se propaga na direção negativa do eixo x e é polarizada na direção z.

   (b) Se propaga na direção da origem para o ponto (1,1,1) com polarização paralela ao plano xz.

   Em cada caso, esboçe a onda e mostre as coordenadas cartesianas explícitas de $\mathbf{k}$ e da polarização $\mathbf{n}$.

10. Calcule os coeficientes de reflexão R e refração T, para o caso onde a polarização é paralela ao plano de incidência. Verifique que $R + T = 1$. (definimos o coeficiente de reflexão como a fração de energia contida na onda refletida, e o coeficiente de transmissão como a fração de energia contida na onda transmitida).

11. Considere uma onda eletromagnética monocromática incidindo em uma fatia de material com permeabilidade elétrica ϵ e $\mu = \mu_0$ de largura l.

    Dê as condições para as quais só haja transmissão de luz (incidência normal). Discuta a possibilidade de reflexão total neste caso.

12. (a) Mostre diretamente que há uma solução das equações de Maxwell para um cabo coaxial dada por

$$\vec{E} = E_0 \frac{\cos(\kappa z - \omega t)}{r} \hat{r}$$

$$\vec{B} = \frac{E_0}{c} \frac{\cos(\kappa z - \omega t)}{r} \hat{\phi}$$

    e as condições de fronteira para são satisfeitas.

    (b) Ache a densidade de carga $\lambda(z,t)$ e a corrente $I(z,t)$ no condutor interno do cabo coaxial. Ache a densidade de carga líquida e a corrente líquida no condutor externo.

13. O campo elétrico em uma onda esférica (uma das configurações possíveis) é dado por

$$\vec{E} = E_0 \left(\frac{\sin\theta}{r}\right) \left[\cos(\kappa r - \omega t) - \left(\frac{1}{\kappa r}\right) \sin(\kappa r - \omega t)\right] \hat{\phi}$$

(a) Mostre que $\vec{E}$ obedece as equações de Maxwell no vácuo, e ache o campo magnético associado.

(b) Calcule o vetor de Poynting $\vec{S}$. Ache a média sobre $\vec{S}$ em um ciclo completo para obter o vetor intensidade $\vec{I}$.

(c) Integre $\vec{I}$ sobre uma esfera de raio R encontrar a potência total (média) irradiada

$$\langle P \rangle = \int \vec{I}.d\vec{a}$$