

Conteúdo

1	As Origens nas preocupações do Homem.	1
1.0.1	A descrição dos céus	7
1.1	O Calendário	11
1.2	As Duas Esferas	12
1.2.1	Revolução de Copérnico	13
1.3	Nossa posição diante do universo	14
2	O Nascimento da Ciência Moderna	19
2.1	O Método Científico	19
3	A Mecânica de Newton e a Gravitação	23
3.1	As observações de Tycho Brahe e as Leis de Kepler	23
3.2	As Leis de Kepler	25
3.3	A Mecânica Clássica	26
3.4	O impacto das Leis de Newton e a Nova Mecânica.	32

Capítulo 1

As Origens nas preocupações do Homem.

A preocupação humana com o problema de nossas origens provavelmente remonta ao início das preocupações conscientes do homem, haja vista a enorme quantidade de lendas acerca do fato em sociedades mais primitivas, e a sua presença em conteúdos mitológicos de várias religiões politeístas, que culminam nas gênesis das religiões monoteístas. Como podemos apreciar, por exemplo, nas pinturas da Capela Sistina, o problema da criação passa pela arte de conteúdo religioso. Também observamos a satisfação do pensamento na característica hierárquica da criação, como após a separação entre a luz e as trevas quando temos, nas pinturas renascentistas, a criação do Sol, e finalmente a criação humana.

Iniciamos a jornada humana através de um misticismo que se tornou pensamento, vertendo-se primeiramente em religião, depois em filosofia e finalmente em ciência, tendo passado pelas artes, mostrando que a beleza do cosmos levou a um grande abalo nossa mente.

De modo geral, a preocupação humana com o Universo tem sido fonte de inspiração nas ciências assim como nas artes, na filosofia e na religião, e esta preocupação tem sido fonte de inspiração.

FIGURA 1: CAPELA SISTINA (3 QUADROS) FIGURA 2: O HERÓI (1+2 QUADROS A ESCOLHER)

A busca da compreensão do cosmos motivou também gerações de pesquisadores em todas as áreas do conhecimento. O ser humano, tornado consciente, passando a viver o mito do herói e a planejar a compreensão de si mesmo e de seu mundo exterior principalmente através da ciência,

almejando poder descrever a criação do mundo, suas leis e conseqüências. É assim que a preocupação humana tomou forma em objetos longínquos, primeiramente, desde os antigos, no macrocosmos. Não havia na época como se preocupar com o microcosmos por falta da técnica adequada. Foi somente ao final do século XVIII este caminho começou a ser trilhado e posteriormente pavimentado.

O início do pensamento humano sistemático é bem antigo. Os egípcios conheciam metais, faziam medidas, tinham uma matemática primitiva. Falto-lhes a filosofia. Sem ela, não construíram uma cosmologia e sua ciência não prosperou. Os mesopotâmios iniciaram-se na observação dos astros, mas tampouco desenvolveram uma filosofia. Os gregos foram capazes de perscrutar e desenvolver uma filosofia e marchar em direção a uma ciência, através da iniciação ao misticismo. O misticismo faz tomar forma, no inconsciente, a busca de uma causa. O misticismo é uma procura interior, vindo a desenvolver uma mitologia que, ainda que não científica, tenta uma explicação dos fatos. Esta busca de uma explicação eventualmente toma a forma de uma ciência. Vejamos como se dá este crescimento interior.

Os mitos, crenças e religiões formam o inconsciente humano. As dúvidas sobre a natureza, o culto aos mortos, são pequena parte daquilo que chamamos religião. Uma pesquisa sobre as ciências religiosas deve andar em grande parte em direção ao que a religião e a mitologia querem *saber* além de indagar sobre o que o homem quer sentir.

Não sabemos exatamente como nasceram a mitologia e a religiosidade. Os mitos no entanto sempre fizeram parte do imaginário humano. Ao serem repetidos e recontados acabam se moldando ao inconsciente coletivo, sendo um espelho deste.

Na antiga Grécia pré-helênica havia mitos selvagens de povos primitivos. Os cultos dionisiacos eram bastante selvagens. O nome latino de Dionísio é Baco, e as Bacanais eram festas com mulheres que gritavam freneticamente. Estes costumes já vigoravam por volta de 12 a 14 séculos antes de Cristo. Ainda assim, pode-se dizer que a Mitologia tenha sido o início da ciência, como vemos nos pitagóricos que foram o elo de ligação entre o Orfismo e uma proto-ciência. O Orfismo por sua vez foi um movimento de reforma dos mitos dionisiacos, acima descritos. Pitágoras fez portanto uma ligação entre o místico e o racional, uma dicotomia que sempre permeou a história do pensamento humano, não tendo todavia uma união harmônica no Ocidente depois dos gregos antigos. Na Grécia Antiga, os mitos anteriores acerca de deuses e ritos menos civilizados foram transformados nos mitos acerca dos

deuses Olímpicos por Homero, já que um povo guerreiro, de grandes heróis, necessitava de deuses condizentes com tal descrição. Bastante humanos, os deuses Olímpicos tinham poder e majestade, e de modo geral já falavam em justiça.

Interessa-nos aqui a questão da Criação. Em muitas civilizações a criação do universo tem caráter similar, com uma criação que inclui aquela do próprio tempo, o que de fato é correto na concepção da Relatividade Geral, que viria a ser descrita muitos séculos mais tarde. A criação entre os gregos apresenta um aspecto geral bastante parecido com a criação judaica, em algumas de suas vertentes. Para os gregos há várias versões da história da criação. Em uma delas, Caos juntou-se com a Noite (Nix) com quem teve vários filhos. Posteriormente, Érebo (Escuridão) casou-se com Nix, gerando Éter (Luz) e Hemera (Dia) que por sua vez, com a ajuda do filho Eros, geraram o Mar (Pontus) e a Terra (Gaia). Gaia gerou o Céu (Urano). Gaia e Urano geraram os doze Titãs, entre os quais Cronos e Rhea, pais de Zeus, três ciclopes e os três gigantes Hecatônqueires. Gaia estava farta do apetite sexual de Urano, e pediu ajuda aos filhos que se negaram, com exceção de Crono. Armado de foice afiada, esperou o pai em uma emboscada e o castrou. Jogou os restos ao mar, de onde, em uma das versões mitológicas, nasceu Afrodite. Urano então previu que o reinado de Crono terminaria ao ser ele vencido pelo próprio filho.

Cronos trouxe o tempo, e receoso da concretização da profecia paterna devorava seus filhos logo após o nascimento. Esta foi também uma personificação daquele que cria para destruir, tal como o próprio tempo. Rhea salva Zeus do destino dado por Cronos a seus filhos, ao dar uma pedra embrulhada para que Cronos comesse no lugar desse novo filho. Tendo enganado o marido, leva Zeus para o Monte Ida, onde Zeus passou a infância escondido do pai. Quando crescido rebela-se contra o pai salvando os irmãos do interior paterno, e gerando então a homens e a deuses. Exilou Cronos e os Titãs no Tártaro e reinou absoluto. Casou-se com Hera, sua irmã. Gerou a vários outros deuses olímpicos, tanto de Hera, de outras deusas e mortais. Mas gerou filhos até mesmo só, como foi o caso de Palas Atena, que saiu, até mesmo com sua armadura, de um buraco aberto pelo machado de Hefesto no crânio de Zeus. Teve várias amantes mortais, de quem gerou muitos heróis, tais como Hércules.

Esta brevíssima história, que em suas versões originais foram ricas de detalhes até mesmo sobre o psiquismo humano, mostra a preocupação do homem com a criação do mundo e seu destino. Os deuses olímpicos preocupa-

ram-se com os homens e suas lutas como se fossem questões deles mesmos. Foram deuses humanizados, tanto no melhor quanto no pior sentido, tal como na história bíblica de Jô. Os deuses Olímpicos nos trouxeram a preocupação com as Ciências, com as Artes e com a Medicina. Palas Atena foi a mais sábia das deusas, e Febo Apolo foi o pai de Asclépio, o fundador da Medicina, cujos filhos Macéone e Podalírio foram médicos que participaram da guerra de Tróia ao lado dos gregos.

A cosmologia foi uma importante peça na estrutura do pensamento humano, já que dá um caráter divino às atribuições humanas, fazendo dos céus um habitat dos deuses paralelo à Terra. Toda civilização tem alguma resposta para a pergunta sobre a estrutura do Universo. Os babilônicos tiveram sua cosmologia. No santuário de Eridu, era na água a origem de tudo, o mundo habitado saiu do mar, e ainda está cercado por ele. Fora disto, estaria o deus-sol, cuidando de seu rebanho. Certamente se conhece no Ocidente a Gênese mosaica. Foi na civilização helênica que o homem se foi aproximando de uma resposta a partir da observação dos céus, uma resposta que andava na direção do racional, apesar de partir do irracional.

A ciência grega era no entanto uma proto-ciência. Conhecia-se muito, mas, apesar disto, os conceitos estavam, dentro do aspecto da ciência moderna, equivocados. Foram no entanto essenciais para a posterior evolução do pensamento humano. Em particular, o conhecimento dos céus, primeiramente através da antiga crença astrológica vinda já desde os babilônicos, posteriormente através da observação direta dos céus, foi bastante grande, tendo evoluído para o Universo Ptolomaico que discutiremos adiante.

Eram duas as vertentes da ciência dos céus na antigüidade. Por um lado, os místicos, os astrólogos e os sacerdotes se preocupavam com questões de princípios, com os deuses, com a origem, formando o imaginário mitológico e religioso. Por outro lado, havia preocupações quotidianas com as medidas de tempos. Afinal, o homem depende muito, principalmente dentro do início da civilização, do ciclo anual que rege as colheitas, o verão e o inverno. A medida do tempo também era parte do quotidiano, assim como hoje todos temos um relógio à disposição para nos localizarmos nesta tão transcendente direção que é a temporal. As medidas de tempo, assim como as observações astrológicas, levaram a uma astronomia, enquanto as preocupações místicas e mitológicas foram o princípio de uma cosmologia. De fato, os mitos dionisíacos, sexualizados e por vezes brutais, se transformaram no orfismo, que por sua vez deu origem ao pitagoreanismo. Pitágoras foi ao mesmo tempo o fundador de uma religião e um pensador.

Já mais de 1.000 anos antes da era cristã havia observações precisas do movimento do Sol, através da variação do tamanho da sombra de uma vara vertical, o gnomon, durante o dia e de um dia para outro. Combinando-se com relógios d'água, havia uma marcação do tempo.

Os movimentos das estrelas são mais regulares, porém sua observação é mais difícil, pois é necessário que se reconheçam estrelas facilmente distinguíveis de noite para noite. São todavia excelentes para marcações de tempo com prazo mais longo. Isto hoje nos é claro, pois o movimento aparente das estrelas está de fato relacionado quase exclusivamente com a rotação da Terra. Como as estrelas estão a uma enorme distância da Terra, efeitos locais inerentes ao Sistema Solar não interferem, o que não é verdade para o movimento aparente do Sol. O fato é que o dia solar aparente não é constante ao longo do ano. A maioria das constelações reconhecidas pelos antigos foram colocadas em correspondência a figuras mitológicas, de onde temos uma pré-proto-ciência, a Astrologia, que mistura observações precisas com elementos mitológicos. Note-se que as constelações não necessariamente são objetos reais, já que o que observamos são projeções dos objetos na esfera celeste. Dois objetos projetados em pontos próximos na esfera celeste podem estar a enormes distâncias um do outro, na direção dos raios que os ligam a nós.

Foi assim que se começou a descrever o céu, na antiga babilônia, através da astrologia. Os sacerdotes, responsáveis pelas obrigações junto aos templos, como a adoração dos astros, sabiam muito sobre o movimento dos corpos celestes. Mas foi com os gregos que este conhecimento se transformou em uma primeira forma de ciência, através de uma melhor descrição quantitativa dos céus.

Os pitagóricos foram provavelmente os primeiros a pensar na esfericidade da Terra. Foi Pitágoras quem primeiro usou a expressão *Cosmos* para falar dos céus. Antes deles, as idéias ainda estavam bastante aquém de uma compreensão direta, e até Thales sabia-se tanto quanto soubera Homero. No entanto, Heródoto já sabia que havia povos no extremo norte cuja noite durava seis meses, e que os fenícios que supostamente já haviam circumnavegado a África, tendo o Sol à sua direita ao navegar para o poente. Assim, apesar de grandes imprecisões e dúvidas, os pitagóricos formularam um tipo de teoria geocêntrica do Universo. Ainda assim, era uma prototeoria, já que havia, nesta teoria que foi de fato formulada fora dos pitagóricos por Philolaus, um enorme número de imprecisões. Tais imprecisões continuaram por algum tempo, já que Platão, um continuador natural, preocupou-se pouco com o

mundo físico, e sua compreensão foi pouco além. Em particular, apesar de conhecerem algo sobre os planetas e seu movimento errante pelo céu (o que a própria palavra já denota, em grego), não tinham ainda uma explicação precisa para o fato.

Para que as observações feitas aqui na Terra que hoje sabemos estar em movimento, fizessem sentido, caracterizou-se o movimento dos céus através de duas grandes esferas que em uma interpretação moderna se referem aos movimentos da Terra. Deste modo, uma esfera contendo as estrelas move-se para oeste com uma rotação a cada 23 horas e 56 minutos. Porquê não a cada 24 horas? O tempo de adiantamento, de 4 minutos em relação ao dia solar, se soma, em um ano a cerca de $360 \times 4/60$ horas que corresponde a 24 horas, ou um dia. Isto porquê a cada ano, mesmo que a terra não girasse, se passaria um dia solar. Outro modo mais direto de se compreender este fato é verificando-se que, ao passar 24 horas, uma estrela não estaria no mesmo lugar, pois a Terra teria se movido de $1/365$ de sua revolução, ou seja, $1/365$ de uma rotação completa. Isto mostra também, de outro modo, que a direção de rotação da Terra em relação a seu eixo, e aquela em relação ao Sol se fazem no mesmo sentido. De fato, quase todos os astros do sistema solar se movem no mesmo sentido, qual seja, de oeste para leste, provocando uma sensação de que o universo ao nosso entorno se move de leste para oeste. Há alguns poucos satélites em movimento retrógrado.

Consideremos a grande esfera celeste, onde imaginamos as *estrelas fixas*, que formam por exemplo as constelações, paradas. As estrelas nascem e morrem, respectivamente, a leste e a oeste em relação a esta esfera, respectivamente. Há um grande círculo, a eclíptica, com uma inclinação de $23\frac{1}{2}^\circ$, e o Sol se move uma vez a cada $365\frac{1}{4}$ dias pela eclíptica, de oeste para leste, quando projetado na esfera celeste. Isto corresponde à revolução da Terra em torno do Sol, mas vista desde a Terra. Mais precisamente, se localizarmos o Sol na esfera celeste, sempre em uma mesma hora do dia, este ponto vai fazer um grande círculo na esfera celeste, e este círculo se chama eclíptica, e não corresponde ao equador celeste, o círculo máximo da esfera celeste.

FIGURA EQUADOR CELESTE ECLÍPTICA

Algumas estrelas tinham movimentos bastante distintos, pois em certa época do ano andavam em sentido contrário, em movimento retrógrado. Foram chamadas de *planetas*, palavra que, em grego, traz o sentido de *movimento errante*. Hoje sabemos que estes movimentos estão ligados ao movimento dos planetas em torno do Sol. Sabemos ainda que nosso sistema solar é muito pequeno em relação às estrelas. Na antigüidade este fato era com-

pletamente desconhecido.

A descrição dos céus foi ficando mais sofisticada. Os planetas passaram a se mover em círculos em torno de outros círculos em torno da Terra, os epíclis e os deferentes. Este sistema deu origem ao que podemos chamar de sistema ptolomaico de descrição dos céus. Recebido pelos árabes, os guardiães da ciência e da filosofia durante a Idade Média, o sistema foi aperfeiçoado a ponto de ter uma precisão de até 8 minutos de arco!

A ciência moderna teve início com a Revolução de Copérnico, acerca de nosso conhecimento sobre o cosmos. Estando as festividades da páscoa recaindo a cada ano cada vez mais distante da marcação de tempo solar baseada no calendário Juliano, a Igreja Católica encomendou ao sacerdote polonês Nicolau Copérnico um estudo detalhado. O calendário foi corrigido, eliminando-se 10 dias, ou seja, a 4 de outubro de 1582, no calendário Gregoriano, seguiu-se o dia 15 de outubro de 1582. Além disto os anos bissextos múltiplos de 100 mas não de 400 foram eliminados. Mas os detalhes destas mudanças veremos um pouco mais tarde.

1.0.1 A descrição dos céus

O Sistema de Duas Esferas de Eudoxo

A primeira descrição quantitativa dos céus veio com Eudoxo. Primeiramente alguns prolegômena.

Conforme conhecemos hoje, a Terra gira em torno do Sol, mas de maneira um tanto irregular. Há uma inclinação do eixo da Terra em relação ao plano de revolução em torno do Sol. Há dois dias no ano em que este eixo está no plano perpendicular ao plano de rotação da Terra, passando pela Terra e pelo Sol. O exato dia pode mudar ligeiramente (de um dia) de um ano para outro, e em 2004 foram os dias 21 de junho (hora de Greenwich 0h 57min) e 21 de dezembro. O dia 21 de junho marca o início do inverno no hemisfério Sul, quando o hemisfério norte está virado em direção ao Sol. Acontece o oposto no dia 21 de dezembro, quando o hemisfério Sul está virado para o Sol, e temos o início do verão no hemisfério Sul. Estas duas datas marcam o *Solstício*, dia 21 de junho de 2004 foi o Solstício de Inverno no hemisfério Sul, ou o Solstício de Verão no hemisfério Norte. Quando, por outro lado, temos o meio caminho entre os dois Solstícios, em que o eixo de rotação permanece no plano perpendicular àquele definido anteriormente, o dia e a noite terão a mesma duração. Isto caiu nas datas de 20 de março de 2004 e

de 22 de setembro de 2004, correspondendo, respectivamente ao equinócio de outono e ao equinócio de primavera no hemisfério sul, ou equivalentemente, ao equinócio de primavera e ao equinócio de outono do hemisfério norte.

FIGURA SOLSTÍCIO

FIGURA EQUINÓCIO

Como vimos, há várias irregularidades nos movimentos da Terra. Sua rotação é bastante regular, e também vimos que pode servir para acomodar uma grande esfera na qual estão todas as estrelas distantes. Tomemos esta primeira esfera como a primeira descrição dos céus. Para cada outro astro do sistema solar, precisamos de outra esfera para acomodar cada *planeta*. De acordo com os gregos, havia sete planetas, a Lua, o Sol, Mercúrio, Venus, Marte, Júpiter e Saturno.

A esfera solar está inclinada de $23\frac{1}{2}^\circ$ em relação à esfera celeste. O Sol vai para oeste, mas um pouco mais devagar que as estrelas, para que se leve em conta o movimento anual do Sol, de modo que o Sol se atrasa 1° por dia, ou em termos de tempo, 4min por dia. É por isto que o dia solar tem 24 horas e o ciclo da esfera celeste é de 23h e 56 min.

Aristóteles já falava, quatro séculos antes de Cristo sobre medidas do raio da Terra. Eratóstenes, o bibliotecário de Alexandria, foi o primeiro a estimar o raio da Terra com precisão, por volta do terceiro século antes de Cristo. Foi o primeiro passo para uma visão quantitativa do Universo, pois passaremos a ter uma idéia da dimensão do nosso mundo. Este cálculo é simples. Ele observou a sombra de um Gnomon em Alexandria em um dia quando ao meio dia o Sol estava a pino em Siena, uma outra cidade egípcia a uma distância de cerca de 5.000 estádios. O ângulo medido foi de $\frac{1}{50}$ do círculo, ou seja $\frac{71}{5}$, o que levou Eratóstenes a estimar a circunferência da Terra em 250.000 estádios. Hoje não sabemos ao certo o valor do estádio, mas estima-se que o valor obtido esteja apenas 5% abaixo do valor correto. Como os valores acima, usados por Eratóstenes, são estimativas já devidamente arredondadas podemos dizer que o valor obtido foi excelente.

As observações de Aristarco de Samos são as mais interessantes. Aristarco é também conhecido por ter sido quem propôs o sistema heliocêntrico bem antes de Copérnico. Aristarco fez medidas muito apreciáveis. Para medir a distância relativa até o Sol e até a Lua, ele observou a Lua quando estava exatamente na posição de meia Lua. Esta observação é, na prática, sem instrumentos, extremamente difícil. Medindo o ângulo entre a direção da Lua e a do Sol, ele pode estimar tais distâncias relativas.

Pelas observações de Aristarco, o ângulo é de 87° , quando o correto é de $89^\circ 51'$. O valor relativo entre a distância Terra-Sol e a distância Terra-Lua obtida por Aristarco foi de 19, enquanto o valor correto é de 400. Embora haja um erro de um fator de 20, considere-se que para uma observação sem qualquer instrumento, a olho nu, o resultado de uma estimativa para a época é excelente.

Aristarco usou duas outras observações. A primeira é que durante um eclipse solar, a Lua cobre exatamente o Sol. Em outras palavras, mesmo sem observar um eclipse solar, verificamos que o ângulo subtendido pelo Sol ou pela Lua é o mesmo, qual seja, 0.5° . Assim, a relação entre o diâmetro do Sol e o da Lua é o mesmo número acima, ou seja, 19 para Aristarco, e 400 para nós, em uma experiência mais moderna, mas ainda assim, simples. Falta-nos ainda um dado para completar o quebra-cabeças. Este dado suplementar é fornecido pelo eclipse lunar, quando se verifica, conforme feito por Aristarco, que o diâmetro da Lua corresponde à metade do tamanho do cone de sombra. Assim, Aristarco tinha as relações

FIGURAS ECLIPSES MEIA LUA

$$\frac{x}{2d} = \frac{x + 20R}{19d} = \frac{x + R}{D}$$

enquanto nós teríamos

$$\frac{x}{2d} = \frac{x + 401R}{400d} = \frac{x + R}{D}$$

Aristarco resolveu as equações, com $x = 40R/17$, obtendo $d = 0.35D$, e portanto $R_{sol} = 6.6R_t$. Se fizermos o cálculo sem a propagação do erro original devido à medida imprecisa de ângulo, obtemos $x = 2R$, $D = 3d$, e $R_{sol} = 130R_t$. Para comparação com valores observados hoje, temos $D = 3.67d$ e $R_{sol} = 109R_t$, de modo que o método pode ser visto como brilhante. Note-se ainda, que para o diâmetro da Lua, obtemos $1/3$ do diâmetro da Terra, aproximadamente, que é um valor que pode ser considerado muito bom. Se usamos o fato, já bem conhecido, que o tamanho aparente da Lua corresponde a um ângulo de $1/2^\circ$, obtemos a distância Terra-Lua,

$$\text{sen} \frac{1^\circ}{2} = \text{sen} \frac{\pi}{360} \simeq \frac{\pi}{360} = \frac{\frac{2}{3}R_T}{D_{TL}}$$

Portanto,

$$D_{TL} \simeq 75R_T,$$

ou seja, a distância Terra-Lua corresponde, aproximadamente, a 75 vezes a raís da Terra. Os valores atuais são

$$R_T \simeq 6378Km, R_L \simeq 1740Km, R_{TL} \simeq 3,84 \times 10^5 Km \simeq 60R_T$$

O sistema de duas esferas dava uma excelente visão do universo no que tange às estrelas, e mesmo ao Sol, e configura de modo apenas razoavel o movimento lunar.

O movimento solar, que já vimos, é já bastante sofisticado. Do hemisfério sul, vemos o Sol nascer a sudeste, fazer um grande círculo no norte, e colocar-se a sudoeste. Conforme chegamos perto do Solstício de verão, o Sol fica, próximo ao meio dia (horário solar) mais próximo ao sul. O Trópico de Capricórnio corresponde à linha onde o Sol está a pino ao meio dia no Solstício de verão. Para pontos ao sul do trópico de Capricórnio o Sol sempre fica abaixo dos 90° , e ao meio dia aponta para o Norte. Entre o Trópico e o Equador, o Sol pode estar, ao meio dia, tanto ao Norte (na maior parte do tempo) quanto ao sul, e por duas vezes no ano, fica a pino ao meio dia.

A Lua poderia ser outro astro de medida do tempo, e de fato é muito mais simples obter uma medida de tempo a longo prazo através da Lua. Seu período é de cerca de $27\frac{1}{3}$ dias através do zodíaco, e uma Lua nova ocorre depois de $29\frac{1}{2}$ dias. No entanto, pode haver diferenças grandes, de até dois dias, e poucos povos mantiveram o uso do calendário lunar por muito tempo. A divisão em quatro semanas, de acordo com as fases da Lua fornecem uma divisão bastante natural do tempo.

De modo similar, o movimento dos planetas é também muito complicado. Vênus e Mercúrio, os chamados planetas inferiores, movem-se sempre no entorno do Sol, o primeiro dentro de um ângulo de 45° , e o segundo dentro de 28° . Os planetas externos são diferentes, e podem-se mover em qualquer abertura. Marte é bem visto pela sua cor avermelhada. Com instrumentos, as fases de Vênus podem ser bem observadas.

Os Epiciclos e os Deferentes

O movimento dos planetas, ao contrário daquele das estrelas é muito complexo. Não tocaremos no caso da Lua, complexo demais para nosso intuito.

O mais simples destes astros é o Sol. Do ponto de vista moderno, está claro que no sistema Solar, mesmo visto da Terra, este deve ser um movimento razoavelmente simples. Ainda assim há problemas. Um deles é o fato, já percebido na antigüidade, que o período que vai do Equinócio de primavera ao Equinócio de outono no Hemisfério Norte, é 6 dias mais longo que o período correspondente ao Hemisfério Sul, ou equivalentemente ao período entre o Equinócio de Outono e o de Primavera, no Hemisfério Norte.

A implicação dada pelos astrônomos da antigüidade, baseada em esferas, pode ser compreendida como uma maneira de se compreender o movimento real por aproximações sucessivas. De fato, da Terra vemos o Sol se movendo anualmente na eclíptica, de oeste para leste. Sabemos hoje que os planetas se movem em torno do Sol. É natural, do nosso ponto de vista, que os planetas façam revoluções em torno de um ponto (o Sol) que gira em torno de nós. Apesar dos antigos não saberem de tal teoria, era de fato o que eles observavam, como no óbvio caso de Venus e de Mercúrio.

A solução proposta foi que os planetas se movem em círculos, chamados epiciclos, cujo centro, o deferente, move-se ao redor da Terra em movimento circular.

Estas correções foram, com o tempo, ficando cada vez mais complexas. A diferença de 6 dias do movimento do Sol entre o verão nos Hemisférios Norte e Sul que descrevemos acima, foi explicada também através de um pequeno epiciclo, cujo raio correspondia a cerca de 4,17% da distância Terra-Sol. Isto equivale a desviar a Terra do *centro* do movimento do Sol por uma distância também equivalente a 4,17% da distância Terra-Sol. Assim caminhava-se para a descrição a cada vez mais exata do movimento dos astros, por argumentos complexos e sem conhecimento de causa.

1.1 O Calendário

Podemos dizer que uma visão mais realista do universo tenha, desde a antigüidade clássica, até tempos bastante recentes, se baseado em problemas de calendário. O calendário e as medições de tempo em geral foram sempre uma das preocupações importantes do homem. Há várias medições de tempo: relógios de água, varas verticais medindo a sombra do Sol são medições razoavelmente simples. Para medidas de longo tempo, termina por ser melhor a observação das estrelas, que são não somente bastante parecidas de local para outro, mas também são mais precisas nas observações.

No entanto, as medições de tempo pelos vários processos não são completamente equivalentes, na medida em que os movimentos compostos não são simples. Como exemplo, o dia solar tem 24 horas, mas uma estrela volta à mesma posição da noite anterior em 23 horas e 56 minutos.

FIGURA

Enquanto a observação dos céus foi ganhando forma, problemas de interpretação foram aparecendo, levando a uma forma de ciência, uma cosmologia rudimentar, conforme exposto.

No início, entre os babilônicos, o ano era de 360 dias, o que condizia com a base 60 da contagem babilônica. O ano é muito útil para a marcação de colheitas. No entanto, um ano de 360 dias acaba por atrasar o início de datas dependentes do calendário solar, que rege a safra agrícola. O equinócio de primavera, que de acordo com o calendário hoje em vigor chega aos 21 dias do mês de março, fica atrasado em média cinco dias em um ano de trezentos e sessenta dias. Foi assim que os egípcios introduziram cinco dias adicionais para a espera do próximo ano, já que eventos sazonais importantes, como a cheia do Nilo ocorreriam sempre mais e mais tarde. No entanto, mesmo para este tipo de calendário, havia um atraso significativo, e a cada quarenta anos os eventos sazonais acabavam por se atrasar cerca de dez dias. Foi então que Júlio Cesar, com a ajuda de astrônomos egípcios, introduziu um novo dia a cada quatro anos, e adveio o calendário dito juliano, que sobreviveu até a Idade Moderna. Outros problemas com o calendário sobrevieram no século XVI com a nova reforma, que veremos mais adiante.

1.2 As Duas Esferas

Após o que convencionaremos chamar de *era mitológica*, incluindo desde astrologia até pouco antes da idéia de uma Terra esférica, passando pelos mitos da criação, podemos dizer que o primeiro conceito de um universo observacional veio com as *Esferas de Eudoxo*.

Eudoxo foi um grande matemático, dizem mesmo que teria sido o responsável pelo quinto livro de Euclides. Estudou com Platão e também no Egito. Propôs o ciclo de quatro anos para o Sol, incluindo o ano de 366 dias, três séculos antes de Júlio Cesar, quem o efetivou. Seu esquema de esferas concêntricas nos chegou através da metafísica de Aristóteles e de um comentário de Simplicio.

Quando observamos os céus, há dois grandes movimentos que nos chamam

a atenção. O primeiro é a circunvolução do céu como um todo, com as estrelas se movimentando de leste para oeste. É como se a Terra estivesse parada no centro do Universo, e tudo se movesse ao redor, girando em uma imensa esfera contendo os objetos celestes. O grande círculo central deste movimento é o equador celeste. O segundo movimento é aquele do Sol. Este não se faz exatamente de leste para oeste, devido à inclinação relativa do eixo da Terra, que é de cerca de $23\frac{1}{2}^\circ$, sendo portanto um pouco mais complicado. A posição do Sol, marcada dia após dia projetada sobre a esfera grande, a esfera celeste, corresponde ao que chamamos de eclíptica, que fica então inclinada de $23\frac{1}{2}^\circ$ em relação ao equador celeste.

Deste modo, uma gigantesca esfera contendo as estrelas gira em torno da Terra com um período de 23 horas e 56 minutos. Enquanto isto, o Sol gira sobre a eclíptica, quatro minutos ao dia de oeste para leste, e a eclíptica gira com a esfera. O período diário, do Sol é uma medida a soma dos dois períodos, ou seja, 24 horas.

1.2.1 Revolução de Copérnico

A ciência moderna teve início com a Revolução de Copérnico, acerca de nosso conhecimento sobre o cosmos. Estando as festividades da páscoa recaindo a cada ano cada vez mais distante da marcação de tempo solar baseada no calendário Juliano, a Igreja Católica encomendou ao sacerdote polonês Nicolau Copérnico um estudo detalhado. O calendário foi corrigido, eliminando-se 10 dias, ou seja, a 4 de outubro de 1582, no calendário Gregoriano, seguiu-se o dia 15 de outubro de 1582. Além disto os anos bissextos múltiplos de 100 mas não de 400 foram eliminados.

Os estudos de Copérnico basearam-se em um sistema com o Sol no centro do *Sistema Solar*, o que foi posteriormente tido como hipótese fisicamente válida (todavia não pelo próprio Copérnico). Houve também observações detalhadas do céu por Tycho Brahe, codificadas por Johannes Kepler em um conjunto de três leis a serem obedecidas pelos movimentos planetários. Galileu por outro lado reformulou nossos conhecimentos de mecânica, que foram recodificados por Newton na primeira descrição científica do Cosmos, já que passamos a ter poder de previsão. O Universo Newtoniano levou a novas descobertas de planetas, em uma descrição sem rival até o final do século XIX, e ainda hoje bastante geral.

1.3 Nossa posição diante do universo

Os pensadores da antiguidade observavam com muita frequência o seu esplendoroso céu. Desde muito cedo souberam da forma esférica da Terra. Medindo o ângulo gerado pelos raios solares ao meio dia por uma vara vertical e comparando-o com uma localidade onde o Sol no mesmo instante estava a pino, Eratóstenes, o bibliotecário de Alexandria foi capaz de calcular, aproximadamente, o raio da Terra por volta do terceiro século antes de Cristo. Para isto ele precisou apenas mandar medir a distância entre Alexandria e uma outra localidade, distância esta que se constatou ser de 5000 estádios, e comparou, no mesmo dia, o Sol a pino em Alexandria com o ângulo de $71/5^\circ$ na outra cidade. Isto levou a uma circunferência da Terra de 250.000 estádios, que segundo estimativas estaria correto dentro de um limite de 5% (não se tem certeza do valor exato do estádio).

Como observadores perspicazes que eram, os antigos elaboraram mapas para a localização dos astros celestes. Na teoria de Ptolomeu, a Terra era o centro do universo. Ptolomeu viveu em Alexandria, durante o segundo século depois de Cristo. Sua teoria era bem aceita pela Igreja, já que propunha que o homem era um ser privilegiado pela Divindade, no centro do universo. Além disto, pode-se imaginar que a teoria alimentava o orgulho dos poderosos que, não eram apenas os dono do poder do lugar em que habitavam, mas do centro do universo. Esta situação psicológica ainda persiste hoje, onde muitos acreditam que haja vida em outros planetas, enquanto outros insistem que isto seja impossível, novamente um teimoso antagonismo de posições. O *Almagest* de Ptolomeu e o *Elementos* de Euclides são os mais antigos textos científicos da humanidade. É uma junção histórica de uma proto-cosmologia com a matemática. O *Almagest* foi refinado pelos autores árabes, o que posteriormente deu subsídio estrutural a Copérnico e Kepler.

Mais ainda, segundo Aritóteles, os corpos caem devido à sua tendência natural de ficar no centro do Universo, e o centro do Universo seria o centro da Terra. Isto nos leva a uma visão de mundo homocentrada, onde todo o universo está naturalmente relacionado com a existência da Terra, cuja posição é completamente privilegiada.

Neste ponto, a física de Aristóteles e a astronomia de Ptolomeu acabam por se completar, e de fato não podem admitir reinterpretações que, conforme veremos, terminarão por mudar completamente a visão de mundo a partir de observações muito simples.

Felizmente, a ciência não se desenvolve baseada apenas em opiniões mas

em fatos. No século XV, o padre polonês Nicolau Copérnico foi incumbido de uma reforma do calendário pondo-se portanto a fazer observações astronômicas, já que as antigas tabelas ptolomáicas haviam acumulado muitos erros até aquela época. Em particular, festas como a Páscoa estavam sendo comemoradas em dias que não eram os prescritos anteriormente, havendo um atraso sistemático. Copérnico descobriu que as complicadas tabelas de Ptolomeu ficavam muito mais simples se, ao invés da Terra ser considerada como centro do Universo, o Sol o fosse. Copérnico não teve problemas com o clero, pois isto foi considerado apenas como uma hipótese de trabalho, e não como uma realidade. Quando outros filósofos, como Giordano Bruno, tomaram as idéias de Copérnico como verdades científicas, houve uma intensa reação — Giordano Bruno foi considerado herege e queimado vivo. Todavia, com o tempo, os fatos se impuseram. De acordo com a teoria de Ptolomeu, segundo a qual os planetas se movem em epiciclos (círculos menores cujos centros estavam por sua vez em círculos maiores em torno da Terra), Vênus nunca poderia ter fases como a Lua. Mas estas fases foram observadas com o advento do telescópio! Mais que isto, as observações mais modernas foram dando corpo a uma nova teoria, muito precisa, e com poder de previsão. O astrônomo dinamarquês Tycho Brahe recebeu do Rei permissão para usar a ilha de Hven, localizada entre as atuais Dinamarca e Suécia, como observatório. Ali ele fez um enorme número de observações. Por sua vez, o alemão Johannes Kepler colocou estas observações sob forma de três leis, conhecidas como Leis de Kepler, que diziam que os planetas se moviam em elipses, o Sol estava num dos focos, a área varrida por unidade de tempo era constante e o cubo do raio da órbita é proporcional ao quadrado do período de revolução. Estas leis, o inglês Isaac Newton mostrou serem consequência de outra mais simples ainda: em primeiro lugar há um conceito de força agindo sobre a aceleração dos corpos proporcionalmente, com a constante de proporcionalidade igual à massa do corpo. Além disto, há uma força gravitacional entre os corpos proporcional ao produto das massas e ao inverso do quadrado da distância. Assim nasceu a lei da gravitação universal de Newton. O universo tem agora uma outra aparência, completamente diferente: não há um centro, nem a Terra, nem o Sol, mas uma infinidade de astros sujeitos à ação de uma lei fundamental, universal, regendo seus movimentos e suas trajetórias.

Após Newton, vários desenvolvimentos seguiram-se dentro da física. Dois grandes campos afirmaram-se, por um lado, a física do pequeno, com a hipótese atômica ganhando força e finalmente se impondo, e de outro lado a união de dois tipos de força conhecidas milenarmente: o magnetismo (do an-

tiquíssimo ímã) e a eletricidade (do pré-histórico relâmpago). Foi com grande surpresa que se verificou no século XIX que as leis que regem o eletromagnetismo pareciam diferentes das leis que regem a mecânica dos corpos - aquela descoberta séculos antes por Isaac Newton. Para acomodar estes dois tipos de leis foi proposto que os fenômenos eletromagnéticos (e a luz é um deste fenômenos) só ocorreriam em um tipo de geléia universal chamada éter, que preenche todo o espaço. Todavia foram vãs as tentativas de se medir o éter.

Foi em 1905 que Albert Einstein, que trabalhava no departamento de patentes em Berna, na Suíça, propôs que todas as leis devem ter a mesma forma. Não importava de onde observássemos um fenômeno, seja de um trem em movimento, seja parado vendo-os acontecer, tanto o fenômeno eletromagnético como o mecânico devem se comportar da mesma maneira. Assim, ele modificou as leis de Newton — na verdade a modificação era muito pequena, e com os aparelhos da época não podia ser observada em fenômenos mecânicos, pois eram da ordem (tamanho) do quadrado da relação entre a velocidade do objeto e a velocidade da luz! Lembremos que a velocidade da luz é de 300.000 quilômetros por segundo! Desta maneira, a modificação em fenômenos do dia a dia (movimento de uma pessoa, por exemplo) não poderia ser notada. No entanto, quando aplicado ao macrocosmo a teoria da relatividade traz várias consequências. Desse modo, a teoria da gravitação de Newton também foi mudada para ser relativística, ou seja, obedecer à teoria da relatividade.

Einstein acreditava que o universo fosse estático. Tentou resolver suas equações para a relatividade geral (assim foi chamada a nova teoria da gravitação) para obter um universo estacionário e encontrou dificuldades, sendo possível encontrar tal solução apenas no caso de modificar as equações com um termo chamado cosmológico. Outras soluções existiam, que todavia não eram estáticas, e que sugeriam um universo em expansão.

Em 1926 o astrônomo Edwin Hubble verificou que as estrelas distantes estavam se afastando de nós, e que a velocidade de afastamento era proporcional à distância que estivermos da estrela. Ora, se tomarmos um elástico, pintarmos nele pontos equidistantes e começarmos a esticá-lo, vamos verificar que também a velocidade relativa de um ponto a outro é proporcional à distância — isto significa que as observações de Hubble implicam em um universo em expansão, de acordo com as equações originais da teoria da relatividade geral! E mais, se o universo está em expansão, houve um dia em que tudo estava comprimido numa região do espaço, e de repente - Bum! uma grande explosão deu origem a tudo!

Desta maneira nos aproximamos da origem do nosso universo. No entanto, como descreve-la em mais detalhe? Porque formaram-se as estrelas, os planetas, as moléculas, os átomos, ou o que quer que exista de menor? E porquê as galáxias, aglomerados de galáxias ou o que quer que exista de maior?

A resposta a estas questões merece um estudo muito detalhado. E devemos retroceder um pouco, para olhar para outras descobertas, inclusive no mundo do muito pequeno.

Capítulo 2

O Nascimento da Ciência Moderna

2.1 O Método Científico

A ciência não pode se desenvolver até o início da Idade Moderna da maneira como vemos nos dias de hoje pela falta de um ingrediente essencial: o método científico.

Os gregos foram bons observadores. Vimos que descobriram fatos complexos, inventaram a matemática e a lógica. No âmbito específico da física jamais passaram de fatos elementares. A causa de tudo isto não é mais nem menos que a ausência do método de avanço da ciência. Foi muito parecido com o que aconteceu no Oriente. Foi o método científico que propiciou o grande avanço material do Ocidente.

Quando se estuda um fenômeno qualquer, tentando-se compreendê-lo, devemos começar por algo inteligível, cognoscível ao nosso intelecto. Isto é um procedimento que quase nunca é simples. Suponhamos que vamos descrever um movimento. Se começarmos pelo movimento de uma carroça, ou de uma pedra ao ser jogada no chão, rolando subsequentemente, veremos que o problema é extremamente complexo. Se for o movimento de um pião teremos grande dificuldade até mesmo para saber que movimento descrevemos, pois há de fato vários. Afinal, um pião fica não cai enquanto gira, muitas vezes tem um movimento dito de precessão em torno de seu eixo, e ao diminuir sua rotação cai de modo quase misterioso. Da mesma maneira uma pedra rola de modo diferente cada vez que a jogamos no chão, dependendo de detalhes

de como ela foi jogada. É quase impossível aprender algo sobre movimento dentro de condições tão complexas. No entanto era assim no início. A física, desde os gregos, era bastante holística. A essência de cada fenômeno não era separada, e questões envolvendo várias componentes tornam-se complexas demais para uma compreensão total ao mesmo tempo.

Em um estudo sobre o universo como um todo, partimos agora da revolução científica de Galileu e Descartes. Com o método científico em mãos, levando em conta as observações detalhadas anteriores ao século XVII, foi possível a Isaac Newton realizar a grande revolução científica dentro da ciência. O trabalho de Newton tornou-se a base sólida da física clássica. Há duas partes essenciais na equação de Newton. Em primeiro lugar, fala-se do resultado da força: esta é proporcional à aceleração do corpo a ela submetida. Sendo a aceleração um objeto geométrico obtido da posição geométrica do objeto como função do parâmetro absoluto chamado tempo, o resultado da força é imediatamente conhecido, uma vez que se saiba a constante de proporcionalidade, chamada de *massa*. De fato, podemos chamá-la *massa inercial*. A força deverá ser o produto da massa pela aceleração. Por sua vez, para definirmos a física do problema, devemos dizer quem é a força. No caso da gravitação, Newton postulou que ela fosse proporcional às massas (aqui *massas gravitacionais*) dos objetos que se atraem e inversamente proporcionais à distância que os separa.

Finalmente, as forças devem obedecer ao *princípio de ação e reação*. Com as leis de Newton, puderam-se confirmar as leis de Kepler de modo dedutivo. Este foi o grande sucesso de Newton. O Universo Newtoniano, todavia, era pobre, por várias razões. Em primeiro lugar, a lei de Newton da gravitação era postulada, não havendo qualquer razão fundamental para a mesma. No entanto, para a época, este não era realmente um problema. Havia dificuldades decorrentes do fato de tal universo ser infinito. Poderia haver colapsos de proporções gigantescas no universo! Além disto, havia o paradoxo de Olbers conforme vemos na figura (2.1).

Suponhamos que o universo seja formado por estrelas ou aglomerados uniformemente distribuídos. Neste caso, se olharmos para uma dada direção no céu, sempre vemos algum ponto luminoso vindo de uma estrela (ou aglomerado). O fluxo de energia dali proveniente é inversamente proporcional ao quadrado da distância, portanto, a energia é obtida multiplicando-se pela área de transmissão é proporcional apenas ao ângulo sólido usado na observação. A constante de proporcionalidade só depende do fluxo de energia transmitida pela estrela ou aglomerado, que supomos constante pelo uni-

Figura 2.1: *O paradoxo de Olbers. Qualquer que seja a direção em que olharmos o universo, através de um ângulo sólido Ω , encontraremos uma fonte luminosa, que emitirá energia de fluxo proporcional a $\frac{1}{r^2}$, com área total Ωr^2 ; portanto o produto será constante, qualquer que seja a distância necessária para encontrarmos a fonte luminosa. Isto acarreta o fato de esperarmos, em um universo infinito e homogêneo, uma luminosidade constante no céu, como se todas as estrelas estivessem arbitrariamente próximas.*

verso. Portanto, se olhássemos para qualquer parte do céu, durante o dia ou à noite, veríamos a mesma claridade que observamos para o sol! Este é o paradoxo de Olbers. Finalmente, com o tempo absoluto tal como definido pela física clássica não há um início, e não se podem compreender problemas relacionados com a formação cósmica.

Capítulo 3

A Mecânica de Newton e a Gravitação

3.1 As observações de Tycho Brahe e as Leis de Kepler

Tycho Brahe (Knudstrup, 1546– Praga, 1601) erigiu, na ilha de Hven, localizada entre as atuais Dinamarca e Suécia, um observatório onde fez as mais precisas observações astronômicas anteriores à luneta. Os árabes haviam melhorado em muito as observações antigas durante a Idade Média. Brahe fez observações com precisão de até $8'$, algumas até $4'$, fantásticas para a época. As observações do planeta Marte foram extremamente importantes para o sucessor de Brahe, Johannes Kepler. Brahe foi para Praga como professor. Era uma época muito difícil devido às guerras religiosas, entre o Catolicismo e a Reforma Johannes Kepler (1571-1630) veio a Praga fugindo de perseguições religiosas. Era um neoplatonista, e acreditava no sistema de Copérnico. Kepler tentou, debalde, moldar os dados de Brahe em um sistemas de esferas girantes. Apesar de pequenas diferenças, o fato é que os dados precisos de Brahe não se coadunavam a tal sistema de esferas. Todavia, Kepler acreditava na geometria, e procurou uma figura geométrica que pudesse conter os dados de Brahe, achando-a nas elipses. No trabalho *Sobre o movimento de Marte* publicado em Praga em 1609, Kepler mostra que os dados de Brahe apontavam para uma órbita elíptica, e o planeta tinha uma velocidade variável, que obedece a uma lei simples, qual seja, que a área varrida pelo planeta em seu movimento, definida pelo segmento de reta que

o liga ao Sol, é constante, para intervalos de tempos iguais. Quando tais leis são levadas em conta, o antigo sistema de epiciclos, que de fato foi sendo modificado e ficando cada vez mais complexo para que se levassem em conta aspectos mais detalhados do movimento planetário, cai por terra, pois as complexidades dos movimentos são explicadas de modo simples no sistema heliocêntrico com órbitas elípticas.

Para compreender as mudanças efetuadas, devemos ter em conta que a visão moderna foi uma junção de alguns fatos. Em primeiro lugar, do sistema heliocêntrico de Copérnico, que simplificava uma série de fatos, e em seguida, com os dados de Tycho Brahe, vieram as leis de Kepler, que trouxeram novos elementos para o sistema de Copérnico. Kepler era de fato um neoplatonista, acreditava na beleza das leis, e que a matemática era *o arquétipo da beleza do mundo*. Acreditava também que o Sol era a causa dos movimentos celestes. Isto era uma drástica mudança de pontos de vista. Para os platonistas, a finitude do universo aristotélico era incompatível com a perfeição divina. A deidade platonista tinha uma imensa fecundidade.

Estes jogos de idéias estava na mente dos filósofos e teólogos desde há muito tempo, eram idéias que levavam a teorias sobre a origem do divino. Desde os antigos egípcios o Sol era visto como a origem do divino, com Amenothep, o pai de Tutanchamon. Ele foi o fundador do monoteísmo, contrariando os sacerdotes egípcios, por quem pode mesmo ter sido assassinado. Em uma parte do texto de Copérnico, ele chega a afirmar explicitamente que *no meio de tudo senta-se o Sol em seu trono. Poderíamos achar lugar mais apropriado para este magnífico luminar? Ele é corretamente chamado a Lâmpada, a Mente, o Mestre do Universo; Hermes Trimegistus o chama de Deus Visível*. Também os gregos associavam o herói ao Sol, Apolo o leva em seu carro todos os dias. Para a literatura, o caminho do Sol é o caminho do herói, como Fausto, ou Ulisses em Dante. Para a igreja, estas idéias vão contra sua pretensão de mestra do mundo.

O trabalho de Kepler concernente à lei das áreas foi relativamente fácil e direto. No entanto, aquele relativo ao movimento elíptico foi mais baseado nas observações de Tycho Brahe, e pode ser visto como um autêntico trabalho científico moderno. No entanto, a análise de Kepler sempre levou em conta um espírito Neoplatônico.

A Terceira Lei de Kepler foi, de certo modo, muito importante ao relacionar o movimento de planetas diferentes. A terceira Lei não prevê novidades nas órbitas, mas relacionando planetas diferentes aponta para uma fonte, o Sol, como mestre desta lei. Anunciada em seu *Harmonia dos Mun-*

dos a terceira Lei diz que o quadrado do período de revolução de um planeta é proporcional ao cubo de seu raio médio de revolução em torno do Sol. Esta regularidade para os vários planetas nunca foi pensada antes, e fascinou a Kepler muito mais que as outras duas leis. Esta continuidade para os vários astros era o que Kepler buscava como harmonia do mundo. Kepler ainda pensou em várias maneiras matemáticas e geométricas de pensar o mundo e os planetas, mas na verdade vamos parar neste ponto para prosseguirmos em direção aos fatos que interessam mais à física moderna e à Teoria da Gravitação.

3.2 As Leis de Kepler

Conforme vimos, Tycho Brahe foi um excelente observador. No entanto foi Johannes Kepler quem analisou profundamente os resultados de Brahe colocando-os sob a forma de leis fenomenológicas.

Kepler nasceu em 1571 em Weil, Württemberg, em uma família protestante. Já cedo, por acreditar na teoria de Copérnico, entrou em conflito com os clérigos evangélicos. Sem professor, Mästlin o enviou a Graz em um cargo de professor, seu trabalho *Mysterium cosmographicum* foi a princípio rejeitado por entrar em conflito com as escrituras sagradas, tendo posteriormente sido publicado. No entanto, por causa da Contrarreforma, ele foi novamente expulso de seu trabalho, tendo ido a Praga, onde encontrou Brahe, que ainda viveu dois anos.

Posteriormente, foi para Luiz, onde ainda teve que defender a mãe em um processo de bruxaria.

Os conceitos de Kepler eram extremamente intuitivos, e se baseavam em idéias religiosas e alquímicas, colocando por exemplo a trindade divina nos elementos de uma esfera.

Assim, nas palavras de L. Pauli, Kepler nos dá a imagem interpretativa do conhecimento como uma junção das impressões externas com imagens internas do espírito, já preexistentes.

As Leis de Kepler

A verificação das Leis de Newton se dá através da constatação das Leis de Kepler, derivadas das observações de Tycho Brache:

1. As órbitas são elípticas.

2. As áreas varridas pelos planetas em seus movimentos são sempre as mesmas, em um determinado período de tempo.
3. O quadrado do período é proporcional ao cubo do raio de revolução para todos os planetas em torno do sol.

O fato das órbitas serem elípticas é uma elaboração fenomenológica baseada nas observações detalhadas de Tycho Brahe para a órbita de Marte, e corresponde a uma pesquisa científica de Kepler de forma moderna, usando suas idéias arquetípicas para chegar ao resultado.

A lei das áreas foram uma maneira de se generalizar o resultado do esférico, estando de acordo com os dados observacionais.

Finalmente, a terceira lei coroa os esforços dando destaque ao Sol como mantenedor dos planetas, posto que é uma mesma lei para todos ao mesmo tempo, independente dos detalhes de cada órbita, já que para cada um dos planetas T^2/R^3 tem o mesmo valor.

3.3 A Mecânica Clássica

A mecânica clássica nasceu de algumas observações importantes legadas por Galileu e das Leis de Newton.

Galileu observou, em uma linguagem transladadas para conceitos modernos, que

1. Um corpo em movimento retilíneo e uniforme continuará, na ausência de *forças* (ou seja, caso estiver isolado) em seu estado de movimento, perpetuamente.
2. Sob a ação da gravidade corpos diferentes caem com a mesma aceleração.
3. O movimento dos corpos pode ser descrito por um sistema cartesiano. Dois sistemas que difiram por uma rotação fixa, ou por uma velocidade relativa constante são fisicamente equivalentes.

A primeira destas Leis é a Lei da Inércia, e marca uma grande mudança conceitual em nosso conhecimento da mecânica dos corpos, e está ligada à nossa compreensão do movimento planetário, e do universo.

Quando Aristóteles discutiu o problema do vácuo, ele argumentou que, se um corpo no vácuo tivesse um movimento uniforme, ele permaneceria neste estado para sempre. Então, erroneamente concluiu que isto seria um absurdo, e que portanto o vácuo não pode existir. Na verdade, ele poderia ter formulado a lei da inércia quase 2.000 anos antes! Esta compreensão só veio, no entanto, com uma visão da ciência onde se procura reduzir as leis às suas propriedades essenciais, colocando-as em uma perspectiva onde o fenômeno possa ser simplificado a questões pertinentes apenas àquela lei.

A segunda observação é impélica, já usa o reducionismo acima mencionado, e será importante de fato muito mais tarde, definindo contudo já neste ponto a aceleração da gravidade, universal para todos os corpos.

A terceira lei, conquanto mais descritiva, permite a definição dos chamados sistemas inerciais, fundamentais para a formulação de problemas físicos.

Podemos dizer que o corpo é descrito por uma terna de números $(x_1, x_2, x_3) = \vec{x}$ e pelo tempo t , o que equivale a dizer que temos um sistema de referências.

Sistemas de referência são equivalentes por rotação, ou seja, dois observadores que estão rodados um em relação ao outro vêem as mesmas propriedades físicas, o que descrevemos através de uma transformação linear onde as coordenadas \vec{x}' são associadas às coordenadas \vec{x} através de

$$x'_i = \sum_{j=1}^3 a_{ij} x_j$$

onde

$$(3.1)$$

$$\sum_{j=1}^3 a_{ij} a_{kj} = \delta_{ik} \quad .$$

A matriz que efetua a rotação acima é uma matriz do grupo $SO(3)$, e as novas coordenadas são calculadas a partir das antigas pela regra de rotação, verificando-se quais os ângulos entre os respectivos eixos.

FIGURA

Transformações de Galileo

Sistemas que diferem por uma velocidade \vec{v} constante são equivalentes. A transformação entre os dois sistemas se calcula através das regras da geometria euclidiana, ou seja,

$$\vec{x}' = \vec{x} + \vec{v}t$$

$$t' = t \quad .$$

Estas são ditas transformações de Galileo.

A contribuição de Newton se dá ao postular que há um elemento chamado *força*, \vec{F} responsável pelo movimento. A força é proporcional à variação temporal da velocidade, ou seja, à aceleração. A constante de proporcionalidade é a massa inercial. Assim sendo,

$$\vec{F} = m_i \vec{a} = m_i \frac{d^2 \vec{x}(t)}{dt^2}$$

Há que se dar a força nos casos de interesse físico. O caso mais fundamental nos tempos de Newton era a força gravitacional. Newton postulou que

$$\vec{F} = -G \frac{M m_g}{r^2} \hat{r} = \frac{-GM m_g \vec{r}}{|\vec{r}|^3},$$

onde $m_g \equiv m$ e M são as massas gravitacionais dos corpos, e G uma constante universal. Da segunda observação de Galileo anteriormente citada, a massa gravitacional é identificada com a massa inercial.

Solução da Equação de Newton,

$$-GMm \frac{\vec{x}}{|\vec{x}|^3} = m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2}$$

Multiplicando-se a equação acima por $\frac{d\vec{x}}{dt}$ temos o resultado

$$m \dot{\vec{x}} \ddot{\vec{x}} + GMm \frac{\vec{x}}{|\vec{x}|^3} \dot{\vec{x}} = 0 \quad ,$$

de onde segue a conservação da energia,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \dot{\vec{x}}^2 - \frac{GMm}{|\vec{x}|} \right) = 0 \quad ,$$

ou seja,

$$\frac{1}{2} m \dot{\vec{x}}^2 - \frac{GMm}{|\vec{x}|} = E = \text{constante}$$

Temos ainda a equação

$$\frac{d}{dt}(m\vec{x} \wedge \dot{\vec{x}}) = m\vec{x} \wedge \ddot{\vec{x}} = -GMm \frac{\vec{x} \wedge \vec{x}}{|\vec{x}|^3} = 0$$

que decorre do fato da força ser central, ou seja, só depende da distância radial, e está na direção radial.

A primeira é a lei de conservação de energia, a segunda, a lei de conservação do momento angular. Notemos que, para uma órbita qualquer,

$$|m\vec{x} \wedge \dot{\vec{x}} \Delta t| = |m\vec{x} \wedge \Delta \vec{s}| = 2m\Delta A$$

onde ΔA é a área variada. Portanto

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{|\vec{L}|}{2m} = \frac{L}{2m} = \text{constante},$$

que é a 1ª lei de Kepler (Lei das áreas).

Além disto, como $\vec{L} = \text{constante}$ (por exemplo na direção do eixo $x_3 = Z$) o movimento é planas (por exemplo no plano $(x_1, x_2) \equiv (x, y')$).

Assim, a velocidade ao quadrado é

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}}^2 &= \dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 \\ L &= mr^2\dot{\theta} \quad \Rightarrow \quad \dot{\theta} = \frac{L}{mr^2} \end{aligned}$$

A lei de conservação de energia fica sendo

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{GMm}{r} &= E \\ \Rightarrow \quad \frac{dr}{dt} &= \sqrt{\frac{2E}{m} - \frac{L^2}{m^2r^2} + \frac{2GM}{r}} \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{L}{mr^2} \end{aligned}$$

ou seja:

$$\begin{aligned} \frac{dr}{d\theta} &= r^2 \sqrt{\frac{2Em}{L^2} - \frac{1}{r^2} + \frac{2GMm^2}{rL^2}} \\ \Rightarrow \quad \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r} \right) &= -\sqrt{\frac{2Em}{L^2} - \left(\frac{1}{r} \right)^2 + \frac{2GM \left(\frac{1}{r} \right) m^2}{L^2}} \end{aligned}$$

Fazendo-se $x = 1/r$, temos:

$$\frac{d}{d\theta}x = -\sqrt{\frac{2Em}{L^2} - x^2 + 2GMx\frac{m^2}{L^2}} = -\sqrt{-(x - x_+)(x - x_-)}$$

$$\Delta = \left(\frac{2GMm^2}{L^2}\right)^2 + \frac{8Em}{L^2}$$

$$\begin{aligned} x_{\pm} &= \frac{GMm^2}{L^2} \pm \sqrt{\left(\frac{GMm^2}{L^2}\right)^2 + \frac{2Em}{L^2}} \\ &= \frac{GMm^2}{L^2} \left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{G^2M^2m^3}}\right) \end{aligned}$$

Solução por Quadratura

$$\theta = -\int \frac{dx}{\sqrt{(x - x_+)(x - x_-)}}$$

$$x = a + b\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{x - a}{b}$$

$$\dot{x} = -b\sin\theta = -b\sqrt{1 - \left(\frac{x - a}{b}\right)^2} = -\sqrt{-x^2 + 2ax + b^2 - a^2}$$

$$b^2 - a^2 = \frac{2E}{L^2}$$

$$a = \frac{GMm^2}{L^2}$$

$$\Rightarrow b^2 = \frac{2Em}{L^2} + \frac{G^2M^2m^4}{L^4}$$

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{GMm^2}{L^2} + \frac{GMm^2}{L^2} \left(1 + \frac{2EL^2m}{(GMm^2)^2} \right)^{1/2} \cos\theta \\
 &= \frac{GMm^2}{L^2} \left(1 + \varepsilon \cos\theta \right)
 \end{aligned}$$

1. $E > 0, \varepsilon > 1 \Rightarrow$ hiperbole
2. $E = 0, \varepsilon = 1 \Rightarrow$ parábola
3. $E < 0, \varepsilon < 1 \Rightarrow$ elipse

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{r_{\pm}} &= \frac{GMm^2}{L^2} (1 + \varepsilon) \\
 r_+ + r_- &= \frac{L^2}{GMm^2} \frac{2}{1 - \varepsilon^2} = \frac{L^2}{GMm^2} \frac{2G^2m^3M^2}{2EL^2} = \frac{GmM}{|E|}
 \end{aligned}$$

Semi eixo maior:

$$R_{>} = \frac{GMm}{|E|}$$

Período

$$\begin{aligned}
 \int dt &= \int \frac{dt}{\sqrt{\frac{2E}{m} - \frac{L^2}{m^2r^2} + \frac{2GM}{r}}} = \\
 &= \int \frac{rdr}{\sqrt{\frac{2E}{m}r^2 + 2GMr - \frac{L^2}{m^2}}} \\
 &= \sqrt{\frac{m}{2|E|}} \int \frac{rdr}{\sqrt{(r - r_+)(r - r_-)}} = t \\
 T &= 2\sqrt{\frac{m}{2|E|}} \int_{r_-}^{r_+} \frac{rdr}{\sqrt{-(r - r_+)(r - r_-)}} \\
 &= 2\sqrt{\int_{r_-}^{r_+} \frac{rdr}{\sqrt{-(r - r_+)(r - r_-)}}}
 \end{aligned}$$

Relação entre período e Energia

$$\begin{aligned} r^2 - (r_+ + r_-)r + r_+r_- &= \left(r - \frac{r_+ + r_-}{2}\right)^2 - \frac{r_+^2}{4} - \frac{r_-^2}{4} + \frac{1}{2}r + \frac{r_-}{2} \\ &= \left(r - \frac{r_+ + r_-}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}(r_+ - r_-)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{r_-}^{r_+} \frac{rdr}{\sqrt{-(r - \xi_+)^2 + \frac{1}{4}\xi_-^2}} &= \int_{r_- - \xi_+}^{r_+ - \xi_+} \frac{(\xi_+ + y)dy}{\sqrt{-y^2 + (\frac{\xi_-}{2})^2}} = \int (\xi_+ + \frac{1}{2}\xi - \cos\theta)d\theta = \\ &= 2\xi_+ \arccos \frac{2}{\xi_-}\xi_- = 2\pi\xi_+ = \pi(r_+ + r_-) \\ \pi(r_+ + r_-) &= \pi \frac{GMm}{|E|} \\ T &= 2\sqrt{\frac{m}{2|E|}} \pi \frac{GMm}{|E|} \\ \frac{T^2}{R^3} &= 2 \frac{m^3 \pi^2 G^2 M^2}{|E|^3 G^2 M^3 m^3} = \frac{2\pi^2}{GM} \end{aligned}$$

que é a Outra Lei de Kepler

3.4 O impacto das Leis de Newton e a Nova Mecânica.

A Sociedade real publicou os *Principia* em 1687, com o título *Philosophical Naturalis Principia Mathematica*. Idéias sobre o espaço e o tempo absoluto começaram então a tomar sentido. Um corpo produz um campo de força no espaço. Introduce-se o conceito de espaço absoluto levando-se em conta que um objeto em rotação produz as *forças fictícias*, como podemos ver em um balde com água pela metade, suspenso por uma corda, em rotação. O fato da

água ser *empurrada* para fora, mostraria a existência de um espaço absoluto, e o observador dentro do balde em rotação não é um observador inercial.

Mais ainda, as forças se espalham pelo espaço, instantaneamente, agindo à distância. Os movimentos dos corpos são descritos por equações diferenciais, cuja solução determina seus movimento perpetuamente: é o que chamamos determinismo clássico.

A Mecânica Clássica firmou-se ainda mais durante o século XVIII, o século das luzes. A Mecânica foi escrita sob nova forma, sendo chamada Mecânica Analítica. A Lei de Força para várias partículas foi reescrita sob outra forma através de outros princípios, os princípios de mínimo, de onde e derivam as Lagrangeanas que descrevem problemas físicos sob forma muito mais geral, e de certo modo mais simples.

As Leis de Conservação foram associadas a simetrias. A conservação de Energia está associada à simetria de translação no tempo, que nos diz que cada instante é, de alguma forma, equivalente a outro qualquer, e que o tempo traz uma certa continuidade.

Por outro lado, o princípio de conservação da Quantidade de Movimento está ligado à simetria de translação no espaço, e a conservação do Movimento Angular nos diz que todas as direções do espaço são equivalentes.

Com Lagrange esta descrição alcançou seu auge, e as equações de Euler-Lagrange podem então descrever qualquer sistema mecânico simples.

Os conceitos de força, potencial, ação à distância passaram a fazer parte integrante da física, e de modo cada vez mais geral chegou-se a descrições detalhadas de sistemas físicos. Faltava à física a descrição de outras forças da natureza, na época as forças elétricas e magnéticas, que se faziam também presentes através da ação à distância, além da física do muito pequeno, que, pensava-se, seria simplesmente a solução de problemas de mecânica clássica de muito corpos.