

De Newton aos dias de hoje

Elcio Abdalla

Instituto de Física, Universidade de São Paulo,
C.P.66.318, CEP 05315-970, São Paulo, Brazil

1 A Mecânica Clássica

A mecânica clássica nasceu de algumas observações importantes legadas por Galileu e das Leis de Newton.

Galileu observou, em uma linguagem transladadas para conceitos modernos, que

1. Um corpo em movimento retilíneo e uniforme continuará, na ausência de *forças* (ou seja, caso estiver isolado) em seu estado de movimento, perpetuamente.
2. Sob a ação da gravidade corpos diferentes caem com a mesma aceleração.
3. O movimento dos corpos pode ser descrito por um sistema cartesiano. Dois sistemas que difiram por uma rotação fixa, ou por uma velocidade relativa constante são fisicamente equivalentes.

A primeira destas Leis é a Lei da Inércia, e marca uma grande mudança conceitual em nosso conhecimento da mecânica dos corpos, e está ligada à nossa compreensão do movimento planetário, e do universo.

Quando Aristóteles discutiu o problema do vácuo, ele argumentou que, se um corpo no vácuo tivesse um movimento uniforme, ele permaneceria neste estado para sempre. Então, erroneamente concluiu que isto seria um absurdo, e que portanto o vácuo não pode existir. Na verdade, ele poderia ter formulado a lei da inércia quase 2.000 anos antes! Esta compreensão só veio,

no entanto, com uma visão da ciência onde se procura reduzir as leis às suas propriedades essenciais, colocando-as em uma perspectiva onde o fenômeno possa ser simplificado a questões pertinentes apenas àquela lei.

A segunda observação é empírica, já usa o reducionismo acima mencionado, e será importante de fato muito mais tarde, definindo contudo já neste ponto a aceleração da gravidade, universal para todos os corpos.

A terceira lei, conquanto mais descritiva, permite a definição dos chamados sistemas inerciais, fundamentais para a formulação de problemas físicos.

Podemos dizer que o corpo é descrito por uma terna de números $(x_1, x_2, x_3) = \vec{x}$ e pelo tempo t , o que equivale a dizer que temos um sistema de referências.

Sistemas de referência são equivalentes por rotação, ou seja, dois observadores que estão rodados um em relação ao outro vêem as mesmas propriedades físicas, o que descrevemos através de uma transformação linear onde as coordenadas \vec{x}' são associadas às coordenadas \vec{x} através de

$$x'_i = \sum_{j=1}^3 a_{ij} x_j$$

onde

$$\sum_{j=1}^3 a_{ij} a_{kj} = \delta_{ik} \quad . \quad (1)$$

A matriz que efetua a rotação acima é uma matriz do grupo $SO(3)$, e as novas coordenadas são calculadas a partir das antigas pela regra de rotação, verificando-se quais os ângulos entre os respectivos eixos.

1.0.1 Transformações de Galileo

Sistemas que diferem por uma velocidade \vec{v} constante são equivalentes. A transformação entre os dois sistemas se calcula através das regras da geometria euclidiana, ou seja,

$$\vec{x}' = \vec{x} + \vec{v}t$$

$$t' = t \quad .$$

Estas são ditas transformações de Galileo. Na interpretação de Newton, isto significa que o tempo é uma entidade absoluta, independente de qualquer outro fenômeno, com existência própria, definido intrínsecamente, e o espaço, também absoluto, é regido pela geometria euclidiana.

2 Isaac Newton

Após a compreensão filosófica de Galileo que juntamente com Descartes trouxe a metodologia para a ciência, com uma contumaz crítica ao pensamento científico Aristotélico, Newton foi o primeiro físico matemático, trazendo esta última ciência dentro do âmbito da explicação quantitativa dos fenômenos físicos.

A Teoria Newtoniana da mecânica e da gravitação requer uma compreensão nova do universo físico, e tem a descrição de Galileo como substrato para sua formulação.

Newton nasceu em Woolsthorpe, perto de Grautham, no Natal de 1642, calendário Juliano. Entrou no *Trinity College* em Cambridge em 1661. Durante a praga, nos anos 1665 e 1666 permaneceu na fazenda familiar, quando desenvolveu várias técnicas de cálculo integral e diferencial. Trabalhou também nesta década no movimento circular, tendo descoberto a fórmula da aceleração centrípeta ($a = v^2/r$). Foi eleito *Fellow do Trinity College* ao retornar a Cambridge. Newton teve muitos interesses. Estudou nesta época teologia, em especial a questão da Santíssima Trindade.

Newton publicou os *Princípios* em 1687, após muita maturação e muito estudo. De fato, houve uma certa troca de correspondência com Robert Hooke, e discussões com Edmond Halley, após o que o movimento dos corpos celestes foi descrito usando-se o que hoje é conhecido como *As Leis de Newton*.

Newton mudou-se para Londres em 1696, depois de ficar por vários anos bastante solitário em Cambridge. Em Londres teve uma vida mais agitada.

Foi eleito presidente da *Royal Society* em 1703, e foi feito cavaleiro em 1705.

No final da vida Newton dedicou-se mais à teologia. Sua terceira edição dos *Princípios* apareceu em 1726 quando o autor já tinha 83 anos. Seu falecimento ocorreu no ano de 1727.

3 O Conceito de Espaço e de Tempo em Mecânica Clássica

A definição de espaço é um problema que persiste desde a antigüidade. O mundo Aristotélico é uma esfera que vai até as estrelas, possuindo mesmo um elemento de estrutura dinâmica, já que os corpos *tendem ao seu lugar natural*, ou seja, caem para o centro da Terra. Para ele, vácuo não existe. De fato, sua *prova* para a inexistência do vácuo é muito interessante. Diz Aristóteles que, *havendo vácuo, e se colocando um corpo no vácuo, para onde se moveria este corpo? O vazio não pode ser causa de nenhum movimento*. Tal argumentação na verdade é a mesma que usamos para se chegar à Lei da Inércia: afinal, não havendo qualquer ação sobre um corpo, ele ficará no estado anterior. Ainda mais, estando no vazio, não podemos dizer se ele está se movendo com alguma velocidade ou parado, pois não há como se fazer referência a nada.

Este problema do espaço e da relatividade é uma questão que sempre se colocou no âmbito maior do edifício da física.

Podemos dizer que Newton foi muito prático neste ponto, colocando premissas que permitiram uma grande evolução do problema da mecânica, dando-lhe uma base segura através de hipótese firmes concernentes à estrutura do espaço-tempo.

A definição de tempo absoluto de Newton é muito simples: é aquele que flue uniformemente, sem referência a nada externo. Desde modo o tempo absoluto não depende de qualquer processo natural, do movimento de relógios, pêndulos ou planetas. Em suma, constitui uma imensa abstração para fora de

um sistema físico. A relativização desta conceituação só se concretizou muito mais tarde com a Teoria da Relatividade. Apesar disto, muitos foram aqueles que criticaram tal posição, principalmente em relação ao espaço absoluto. Para Leibniz, por exemplo, a existência de um tempo absoluto significa que, se mudarmos o instante em que foi criado o universo, haveria uma diferença real. Mas na realidade, não poderíamos ver a diferença, e o tempo absoluto contraria o princípio que diz que duas coisas diferentes devem poder ser discernidas. Para Leibniz não há tempo absoluto, mas apenas uma *ordem de sucessão*.

Todavia tais questões não colocam problemas práticos para a Mecânica de Newton. O importante é haver relógios e réguas que possam aproximar um ideal o melhor possível.

Ainda assim, o conceito de espaço absoluto tem grandes complicadores. Em primeiro lugar, pode haver movimento uniforme, de acordo com a Lei de Inércia, e sua indistinguibilidade nos mostra que o espaço absoluto é de fato uma coleção de espaços equivalentes por transformação de Galileo.

O que se pode distinguir é apenas o movimento acelerado. O experimento mais comentado a respeito é o do balde com água, pendurado por uma corda torcida. Quando o sistema for solto o balde gira, e quando a água, movida pelo atrito com a parede do balde gira, forma a superfície de um hiperbolóide. Isto demonstraria que um observador no balde girante sofre forças fictícias, e portanto aquele não é um sistema inercial.

A contribuição de Newton se dá ao postular que há um elemento chamado *força*, \vec{F} responsável pelo movimento. A força é proporcional à variação temporal da velocidade, ou seja, à aceleração. A constante de proporcionalidade é a massa inercial. Assim sendo,

$$\vec{F} = m_i \vec{a} = m_i \frac{d^2 \vec{x}(t)}{dt^2}$$

Há que se dar a força nos casos de interesse físico. O caso mais fundamental nos tempos de Newton era a força gravitacional. Newton postulou que

$$\vec{F} = -G \frac{Mm_g}{r^2} \hat{r} = \frac{-GMm_g\vec{r}}{|\vec{r}|^3},$$

onde $m_g \equiv m$ e M são as massas gravitacionais dos corpos, e G uma constante universal. Da segunda observação de Galileo anteriormente citada, a massa gravitacional é identificada com a massa inercial.

4 O que Leva à Lei do Universo do Quadrado: limites à Teoria de Newton

A Lei do Inverso do Quadrado da distância é uma das mais conhecidas da física. Newton chegou a ela por algumas informações contidas nas Leis de Kepler.

A primeira informação concerne à Lei das Áreas. Newton argumentou com base em uma força que agia a intervalos, um impulso momentâneo que muda a velocidade do corpo em órbita de uma pequena quantidade δv em direção ao centro de forças.

No entanto estes argumentos são puramente fenomenológicos. Não havia uma maneira de se obter a lei a partir de equações mais fundamentais. De mesmo modo, não se pode afirmar que a lei não sofra modificações para corpos em movimento, o que já acontece com a lei de Coulomb para a eletrostática, que tem uma forma muito parecida com a lei de Newton da gravitação.

Outro limite, desta vez tangendo a uma cosmologia do universo newtoniano, é o fato de que em um Universo newtoniano onde se conserva a energia vinda das estrelas, se olharmos em uma certa direção em algum lugar veremos alguma estrela. Por mais longe que ela esteja, como a energia enviada dentro de um certo ângulo sólida é sempre a mesma, veremos uma claridade equivalente àquela do Sol. Ou seja, o céu sempre seria claro, dia ou noite. Este é o chamado paradoxo de Olbers, e só foi resolvido quando ficou claro que o universo tinha um horizonte, devido ao fato de sua vida ter tido um início, e está em expansão.

5 Simetrias e leis de Conservação

As leis de conservação podem ser associadas a simetrias. De fato, quando supusemos que a força fosse uma derivada de uma função, a que demos o nome de potencial, ao multiplicarmos a lei de força, $\vec{F} = m\vec{a}$ pela derivada temporal da posição (a velocidade) $\frac{d\vec{x}}{dt}$, usando-se $\vec{F} = -\nabla\Phi$, obtemos

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}\vec{v}^2 + \Phi\right] &= 0 \\ \Rightarrow E &= \frac{1}{2}\vec{v}^2 + \Phi\end{aligned}$$

Tal energia é uma quantidade conservada, e tem estreita ligação com o fluir do tempo.

Por outro lado, a quantidade de movimento se conserva sempre que tenhamos a ausência de forças externas. Assim sendo, a conservação da quantidade de movimento se deve ao fato de que o mundo tem a mesma forma, sempre que caminemos em uma determinada direção, e a conservação da quantidade de movimento está intrinsecamente ligada a uma simetria de espaço.

Do mesmo modo, a conservação do momento angular se deve a uma simetria de direção.

6 O impacto das Leis de Newton e a Nova Mecânica.

A Sociedade real publicou os *Principia* em 1687, com o título *Philosophial Naturalis Principia Mathematica*. Idéias sobre o espaço e o tempo absoluto começaram então a tomar sentido. Um corpo produz um campo de força no espaço. Introduce-se o conceito de espaço absoluto levando-se em conta que um objeto em rotação produz as *forças fictícias*, como podemos ver em um balde com água pela metade, suspenso por uma corda, em rotação. O fato da

água ser *empurrada* para fora, mostraria a existência de um espaço absoluto, e o observador dentro do balde em rotação não é um observador inercial.

Mais ainda, as forças se espalham pelo espaço, instantaneamente, agindo à distância. Os movimentos dos corpos são descritos por equações diferenciais, cuja solução determina seu movimento perpetuamente: é o que chamamos determinismo clássico.

A Mecânica Clássica firmou-se ainda mais durante o século XVIII, o século das luzes. A Mecânica foi escrita sob nova forma, sendo chamada Mecânica Analítica. A Lei de Força para várias partículas foi reescrita sob outra forma através de outros princípios, os princípios de mínimo, de onde e derivam as Lagrangeanas que descrevem problemas físicos sob forma muito mais geral, e de certo modo mais simples.

As Leis de Conservação foram associadas a simetrias. A conservação de Energia está associada à simetria de translação no tempo, que nos diz que cada instante é, de alguma forma, equivalente a outro qualquer, e que o tempo traz uma certa continuidade.

Por outro lado, o princípio de conservação da Quantidade de Movimento está ligado à simetria de translação no espaço, e a conservação do Movimento Angular nos diz que todas as direções do espaço são equivalentes.

Com Lagrange esta descrição alcançou seu auge, e as equações de Euler-Lagrange podem então descrever qualquer sistema mecânico simples.

Os conceitos de força, potencial, ação à distância passaram a fazer parte integrante da física, e de modo cada vez mais geral chegou-se a descrições detalhadas de sistemas físicos. Faltava à física a descrição de outras forças da natureza, na época as forças elétricas e magnéticas, que se faziam também presentes através da ação à distância, além da física do muito pequeno, que, pensava-se, seria simplesmente a solução de problemas de mecânica clássica de muito corpos.

7 O Eletromagnetismo Clássico e a Relatividade.

As equações de Newton são tais que, dada a força, estabelecemos a equação de movimento através da igualdade daquela à taxa de variação do momento, a conhecida força igual a massa vezes aceleração

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

No eletromagnetismo, conheciam-se dois campos que davam origem à força, sendo o campo elétrico, análogo ao gravitacional trocando-se massas por cargas, e o campo magnético, que age sobre cargas em movimento a força (chamada força de Lorentz) é dada pela expressão

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

onde q é a carga da partícula, \vec{E} o campo elétrico, \vec{B} o magnético, \vec{v} é a velocidade da partícula e c uma constante que de fato depende do sistema de unidades. No sistema CGS, c é numericamente igual à velocidade da luz no vácuo; no sistema MKS $c = 1$.

A determinação de \vec{E} e de \vec{B} depende da configuração das outras cargas, sendo um problema razoavelmente complexo. No exemplo de uma única carga fonte Q , o campo elétrico é muito simples, sendo dado pela Lei de Coulomb

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

que é análoga à Lei de Newton da gravitação, onde ϵ_0 é uma constante que depende do sistema de unidades.

No sistema MKS escrevemos $\frac{1}{\epsilon_0} \approx 9 \times 10^9$.

A determinação de \vec{E} e de \vec{B} , os campos elétricos e magnéticos, foram um trabalho muito grande, e em sua maior parte foi obtida ao longo do

século XIX, resumindo-se a quatro leis fundamentais, que são as equações de Maxwell.

As equações de Maxwell, em palavras, dizem o seguinte. O campo elétrico tem fontes, que são as cargas, é a chamada Lei de Gauss, e para uma única carga ela equivale à Lei de Coulomb. Por outro lado o campo magnético não tem fontes, ou seja, não há monopolos magnéticos. Isto significa que jamais podemos separar os polos de um ímã, e se tentarmos, ficaremos com 2 ímãs menores, cada um com um polo Norte e um polo Sul.

Posteriormente temos ainda duas equações mais complicadas. Uma delas nos diz que um campo elétrico é gerado dando voltas, em circuitos fechados, desde que haja um campo magnético que varia no tempo. Isto nos permite fazer motores. Por outro lado, um campo magnético dá voltas tanto no entorno de campos magnéticos variáveis quanto em torno de correntes elétricas.

Estas maravilhosas equações, descritas com uma matemática sofisticada, descrevem a um só tempo os fenômenos elétrico e magnético, assim como a propagação da luz! Sim, surpreendentemente, a luz é composta de um campo elétrico e um campo magnético, perpendiculares um ao outro, e perpendiculares à direção de propagação.

Mais surpreendente ainda, é a presença da velocidade da luz nas equações de Maxwell, que no sistema CGS já aparece na equação da Força, enquanto no MKS ela é dada em termos das constantes ϵ_0 , que aparece na Lei de Coulomb, e μ_0 , que aparece na equação da rotação de \vec{B} em termos da corrente, $\mu_0\epsilon_0 C^2 = 1$! Note-se que, agora, c , a velocidade da luz, é uma constante fundamental da teoria!

Isto coloca um entrave à interpretação da Teoria Eletromagnética em termos da Física de Galileo e Newton. Tornemo-nos à transformação de coordenadas entre dois sistemas inerciais, que de acordo com a geometria clássica euclidiana, é dada por

$$\vec{x}(t) = \vec{x}'(t) + \vec{v}t$$

$$t = t'$$

ou seja, o tempo flui absoluto, enquanto o vetor posição muda com a velocidade. Tornando-se a primeira equação entre tempos subsequentes, teremos:

$$\Delta\vec{x} = \Delta\vec{x}' + \vec{v}\Delta t,$$

ou seja, sendo \vec{u} a velocidade no sistema parado e \vec{u}' no sistema em movimento,

$$\vec{u} = \vec{u}' + \vec{v}.$$

Portanto a velocidade sempre muda! Este resultado é incompatível com o fato do eletromagnetismo prever que a velocidade da luz é uma constante universal.

No entanto, ainda há mais surpresas reservadas nas equações de Maxwell. Se fizermos um estudo detalhado das equações de Maxwell (ver Apêndice) chegaremos à conclusão que dois observadores em sistemas inerciais com uma velocidade relativa \vec{v} como acima não enxergam a mesma física! Para que os observadores enxerguem a mesma física, as transformações de coordenadas devem ser dadas pelas Transformações de Lorentz (aqui supomos a velocidade relativa na direção do eixo x positivo).

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \\ y' &= y, \\ z' &= z, \\ t' &= \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}! \end{aligned}$$

Assim sendo, o tempo não é absoluto, mas se transforma! Qual o significado destas transformações? A primeira pergunta, de fato, é se o espaço não poderia ser ainda mais absoluto que se pensava, existindo um observador especial parado, e no vácuo, no universo como um todo, existiria um *éter* onde a luz caminharia, da mesma forma que ondas caminham sobre as águas.

Foi proposta, e feita, uma experiência para se testar a idéia do éter, fazendo um mesmo feixe de luz caminhar sobre dois caminhos diferentes, um deles entre leste e oeste, de modo que a luz caminha a favor ou contra o éter, e outro norte sul, portanto perpendicularmente ao éter, depois gira-se o sistema e se comparam os resultados.

O fato é que a experiência não logrou um resultado favorável à hipótese do éter, e as transformações de Lorentz tiveram que ser tomadas mais a sério.

Vários pesquisadores pensaram sobre o problema, dando elementos para sua solução. O principal e mais profundo trabalho foi o de Einstein, publicado no *Annalen der Physik* no ano de 1905.

O grande passo tomado foi tratar seriamente as Transformações de Lorentz, de modo que os conceitos de espaço e de tempo tornaram-se relativos ao observador, em contraposição com os conceitos de espaço e tempo absolutos de Newton. A velocidade da luz toma o caráter de constante universal, e é, ao mesmo tempo, um limite máximo para a velocidade de qualquer ponto, não podendo jamais ser atingida.

Para que não haja transformações diferentes regendo diferentes fenômenos, o que levaria a vários paradoxos, a mecânica de Newton teve que ser reformulada. Tempo e espaço passam a ser companheiros em uma descrição do mundo que é efetivamente quadridimensional, onde o tempo faz o papel da nova dimensão.

Apesar de o tempo ser incrustrado nesta nova interpretação, seu papel é diferente das outras coordenadas, sendo equivalente a uma dimensão imaginária, ou seja, $x_4 = ict$ é que faz o papel de fato de quarta dimensão, onde c é a velocidade da luz e $i = \sqrt{-1}$. Hoje pouco se usa tal notação em termos de números imaginários, principalmente em Relatividade Geral.

Assim como o tempo se associa ao vetor posição como uma quarta dimensão, o vetor quantidade de movimento, que Newton definia como a massa vezes a velocidade, $\vec{P} = m\vec{v}$, passa a ser reescrito como $\vec{P} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, e tem como quarta componente a energia, que passa a ser escrita, para um objeto

de massa m e velocidade \vec{v} como

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \vec{v}^2/c^2}}$$

Dai a relação $E = mc^2$ para a massa em repouso, hoje provavelmente a mais conhecida das equações da física entre o público leigo.

As implicações físicas foram maiúsculas. Objetos em movimento se contraem e o tempo, para relógios viajantes, escoam mais devagar que um mesmo relógio parado. Tais fenômenos foram observados diretamente ao longo do século. Assim, uma partícula formada na atmosfera, cuja vida média é uma pequena fração de segundo, viajando a uma velocidade próxima da luz, acaba por viver, para nós observadores parados, muito mais. Foram também colocados, na década de 70, relógios atômicos em aviões andando em direções opostas na Terra Levando-se em conta vários efeitos, a diferença de tempo entre os mesmos foi aquela prevista pela teoria.

8 O Princípio de Mach

Em seu livro, Ernest Mach, em 1912, argumentou que não fazia sentido falar-se de aceleração e relação ao espaço absoluto. Em termos físicos, observacionais, só se pode falar de aceleração em relação a outros corpos, como por exemplo as estrelas. Mas como poderiam as estrelas, tão longínquas, contribuir para a inércia? De fato, Newton argumentara que, se tomarmos um balde de água, o pendurarmos por uma corda, e o fizermos girar, a superfície da água tenderá a se curvar, ficando mais alta nas bordas, como um parabolóide, comprovando o espaço absoluto. No entanto, dizia Mach, se não houvesse estrelas, se o espaço fosse vazio, como se poderia medir tal aceleração? O Princípio de Mach diz que, se dermos as posições das massas e energias em todo o universo, poderemos determinar a inércia de um dado corpo.

As equações de Newton são tais que, dada a força, sabemos a equação de movimento resultado, através de uma equação diferencial do tipo

$$\vec{\mathcal{F}}(\vec{x}) = m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2}$$

No caso do Eletromagnetismo tal equação dificilmente é de fato utilizada, já que o próprio deslocamento das cargas muda os campos, e como

$$\vec{\mathcal{F}}_{em} = e \left(\vec{E}(\vec{x}) + \frac{d\vec{x}}{dt} \wedge \vec{B}(\vec{x}) \right)$$

o lado esquerdo também muda. É necessário então haver equações que definam $\vec{E}(\vec{x}, t)$ e $\vec{B}(\vec{x}, t)$ como funcionais de \vec{x} e t , através de equações diferenciais.

É essencial verificar a veracidade das Leis de Galileo/Newton para as equações acima. Como as equações estão escritas através de igualdade de vetores tridimensionais e de escalares (sob rotação) é obvio que as leis são covariantes sob rotações $x'_i = \sum_{j=1}^3 a_{ij} x_j$.

No entanto, parece claro que as transformações de Galileo

$$\begin{aligned} \vec{x}' &= \vec{x} + \vec{v}t \\ t' &= t \\ \frac{\partial}{\partial x'_i} &= \frac{\partial}{\partial x_i} \\ \frac{\partial}{\partial t'} &= \frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial x_i} \end{aligned}$$

não conservam a forma das equações acima.

Precisamos das transformações de Lorentz, que para $c \rightarrow \infty$, recaímos nas transformações de Galileo. De fato, $c = 3 \times 10^8$ m/s, grande demais para o mundo cotidiano.

A Teoria da Relatividade Especial

A observação fundamental é que as transformações de um observador a outro não podem depender da lei considerada. Portanto reformula-se a mecânica clássica. Os vetores passam a incluir o tempo:

$$x^\mu = (ct, \vec{x}) \quad .$$

Consequências:

- Dilatação do tempo
- Contração do espaço
- Verificações experimentais

A Teoria da Relatividade Geral

A teoria da Gravitação de Newton é obviamente invariante pelas transformações de Galileo, já que não há mistura da variável tempo em

$$-\nabla \left(-\frac{GMm}{|\vec{x}|} \right) = m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2}$$

e não é invariante por transformações de Lorentz.

Tendo em vista a Relatividade Especial, onde o tempo comporta-se como o espaço, Einstein postulou que o espaço-tempo não é mais Euclidiano. Além disto, tendo em vista o fato experimental que a massa inercial e a massa gravitacional são iguais, uma partícula em queda livre em um campo gravitacional é localmente equivalente a um observador inercial.

O Princípio de Mach

Um último ponto de importância é o Princípio de Mach. Este refere-se fundamentalmente a sistemas em rotação. Newton considerava que sistemas em rotação apresentavam uma aceleração intrínseca, devido ao espaço absoluto. Newton demonstrava a existência de uma “força centrífuga” através da rotação de um balde cheio de água, pendurado por uma corda. Ao girar o balde, a forma da superfície da água fica paraboloidal, o que para Newton demonstrava a existência de forças fictícias (forças de inércia) em um referencial não inercial.

Leibniz (1646 - 1716) e outros arguíram contra o espaço absoluto: Ernst Mach (1836 - 1916) argumenta que o balde está girando em relação às massas no infinito, ou seja, em relação às estrelas, e que em uma experiência impossível de ser realizada onde o mundo estivesse vazio o balde não mostraria qualquer sinal de aceleração ao ser girado. Esta experiência pensada não podia ser reproduzida, mas Einstein daria uma resposta mais concreta a esta questão.

É claro que esta discussão era bastante mais filosófica que física. Note-se ainda, que entre os debatedores (Euler, Kant, Berkeley, Mach) há filósofos e matemáticos.

No entanto ela é útil ao mostrar que o conceito de aceleração absoluta pode carecer de sentido, não sendo tão óbvio como parece.

Forças

A inclusão de forças gravitacionais na Relatividade se dá com uma equação que leva em conta estas idéias, dizendo que há um sistemas de coordenadas ξ^α onde a partícula esta livre de forças, ou seja não está acelerada, em relação a seu tempo próprio τ , definida como

$$d\tau^2 = -\eta_{\alpha\beta}d\xi^\alpha d\xi^\beta,$$

portanto

$$\frac{d^2\xi^\alpha}{d\tau^2} = 0 \quad .$$

Cosmologia.

9 Problemas com a cosmologia Newtoniana.

É necessário que achemos uma descrição adequada do Universo. A descrição Newtoniana não o é por várias razões:

- Não explica a evolução do universo. Estrelas não podem ser eternas, pois deve terminar sua energia.

- O paradoxo de Olbers.
- Universo infinito e atração Gravitacional.

No caso de um “Universo de Einstein”, ou seja, na Relatividade Geral, podemos calcular a métrica, desde que conheçamos algo sobre o conteúdo material.

A compreensão do Universo no século XIX não era grande. Não se sabia nada sobre a estrutura de galáxias. O eletromagnetismo engatinhava, e a física se baseava, em seu aspecto teórico, apenas na física newtoniana. Era de se prever que a física newtoniana não era suficiente para a explicação do Universo, mas como o determinismo e o cientificismo eram idéias dominantes, não havia nem alternativa viável na época, nem procura por tal alternativa.

Grandes revoluções científicas ocorreram na virada do século XIX para o século XX. Em primeiro lugar, a crise gerada pela dificuldade em se interpretar as transformações de simetria da eletrodinâmica levaram à Teoria da Relatividade Especial, que após alguns anos, tendo-se amalgamado com a Teoria da Gravitação, culminou na Relatividade Geral, uma expressão de uma das forças fundamentais da natureza.

Por outro lado, a obtenção da expressão da radiação do corpo negro por Planck através do processo de quantização, e a posterior aplicação com sucesso deste processo em outros problemas da física na época, levou-nos à Mecânica Quântica.

Estas duas teorias foram pilares fundamentais da física teórica. Não obstante, sempre foi difícil a relação entre as ambas. Durante quase meio século, eram tão imiscíveis como água e óleo. Se por um lado a quantização da gravitação dava sinais de impossibilidade, por outro não havia uma real necessidade experimental ou observacional de uma quantização da gravitação.

A gravitação de Einstein ainda engatinhava na descrição do Universo como um todo. Se já havia indícios de um universo em expansão como conseqüência da lei de Hubble, ainda havia quem acreditasse na Teoria do

estado estacionário, reivindicada por Fred Hoyle, e que tinha o excelente apelo da beleza de um universo placidamente colocado em enriquecimento material.

Há graves problemas na explicação dos fatos referentes à cosmologia que aos poucos foram sendo explicados pelo modelo standard. As duas principais questões que seriam testes cruciais da teoria seriam a quantidade relativa dos elementos químicos e a existência de uma radiação eletromagnética remanescente do próprio Big-Bang, chamada de Radiação Cósmica de Fundo, que ainda desempenharia um importantíssimo papel ao longo dos anos, principalmente para que se defina, em tempos atuais, uma *Cosmologia de Precisão*.

Uma das maiores revoluções científicas da humanidade, a maior no que tange à interpretação e visão do mundo, foi o advento da Mecânica Quântica.

Façamos uma descrição da geração do mundo conforme o vemos hoje. O Universo como um todo foi gerado através de uma grande explosão universal. Foi uma explosão diferente daquela que conhecemos hoje: quando uma bomba explode, há uma onda de choque que sai emitindo energia para fora. No chamado *Big-Bang*, ou *O Grande Bum*, todos os pontos do universo explodiram ao mesmo tempo. A partir de então, todos os pontos do universo estão se distanciando, de acordo com a Teoria da Relatividade de Einstein, e suas correções devidas à Mecânica Quântica.

A Grande Explosão deu início ao que vemos de nosso Universo. Foi aí que se iniciou a matéria, a temperaturas muito altas no início. O Universo foi-se resfriando e as interações elementares foram se congelando, de modo que sobramos hoje com as quatro interações conhecidas: a interação gravitacional, responsável pelo nosso peso, pelo fato de girarmos em torno do Sol, pela formação das galáxias e de outras estruturas no Universo; a interação eletromagnética, presente em toda tecnologia, responsável pela luz e pela agregação da matéria em átomos. A interação fraca, responsável pelo controle da emissão de energia do Sol e das estrelas. Finalmente a interação forte, que faz com que o núcleo atômico seja estável.

A compreensão das quatro interações elementares está intimamente ligada à compreensão do universo como um todo, e de sua origem. É deste modo que o muito grande e o muito pequeno se encontram em uma teoria quase mágica, que explica grande parte do que conhecemos à nossa volta. Perguntas sobre o porquê existimos, sobre as interações elementares, sobre a origem e descrição do mundo à nossa volta, referem-se à teoria de todas as interações elementares.

Nosso conhecimento com o mundo, para que se tenha idéia definida sobre o Universo como um todo, se inicia com a descoberta da eletricidade e com a hipótese atômica. A eletricidade, de certa maneira conhecida desde há muito, começou a ser esclarecida no final do século XVIII quando se estabeleceu a lei de Coulomb para a interação de corpos carregados. Mas este conhecimento estava apenas no início de uma grande era revolucionária, e o primeiro grande ponto que espelhou a descoberta da de uma lei fundamental, a primeira de fato a ser quantificada após a óbvia teoria da gravitação, foi a teoria de Maxwell do eletromagnetismo. O conhecimento desta última na verdade ultrapassou o que se conhecia sobre a teoria da gravitação, pois para esta última, a teoria de Newton apresenta apenas e tão somente seu efeito sobre os corpos pesados, sobre as massas, mas não sua real origem, assim como seu efeito sobre o mundo ou sobre outros tipos de matéria.

A descoberta do eletromagnetismo teve um efeito grandioso sobre a ciência e a tecnologia. Quanto à última, é desnecessário falar no momento. Quanto à ciência, representou a vinda de uma nova era. Conhecia-se a teoria de Newton do movimento, que descrevia o mundo através da geometria clássica, ou seja, através de conceitos mecânicos e da geometria do mundo. A geometria sempre esteve em alta posição dentro da conceituação do mundo segundo os físicos. Conforme dizia Kepler, *a geometria é o arquétipo da beleza do mundo*. A mecânica de Newton se baseia no conceito da geometria de Euclides, e com a definição de tempo, um parâmetro de medida, cuja definição dificilmente se obtém de modo simples, ficando como parte das hipóteses gerais dos con-

ceitos físicos. O eletromagnetismo modificou estes conceitos, introduzindo de fato a Relatividade Especial, que pode ser resumida no fato da geometria subjacente ao nosso mundo não ser aquela velha conhecida desde o tempo de Euclides.

No entanto, não foi a Teoria da Relatividade Restrita que modificou nossas idéias do Universo. A grande contribuição teórica de Einstein está no fato dele ter moldado a Teoria da Relatividade para incorporar corpos acelerados, e sistemas gravitacionais. Desta vez, ele foi então capaz de descrever através de equações como se gera a gravitação, como ela age sobre a luz, e como ela descreve o mundo como um todo.

A grande surpresa para o próprio Einstein é que o resultado de suas equações da Relatividade Geral indica que o Universo não está parado, mas que ele se expande constantemente! O que ele fez foi então modificar suas equações para incluir um chamado *termo cosmológico* que fizesse o universo parar! No caso parecia um erro, e o astrônomo Edwin Hubble, observando objetos distante no espaço, verificou que eles se distanciam de nós com uma velocidade que é tanto maior quanto maior sua distância desde nós!

Qual o significado destas observações? Tais observações afirmam que nosso universo está se expandindo continuamente, tal como ele nos é apresentado pelas equações de Einstein! Isto significa também, se acreditarmos que as equações de Einstein tiverem sempre sido aquelas que descrevem o nosso Universo, que se pudéssemos olhar para traz no tempo, veríamos o universo diminuindo, de modo que em algum instante longínquo, bem antigo, o mundo estaria infinitamente comprimido. Aquele seria o instante inicial do Universo, o instante da *Grande Explosão*, o tão famoso e comentado *Bing Bang*, a partir do qual, de uma explosão universal, surgiu nosso universo.

Como acreditarmos que isto seja verdadeiro? Haveria uma maneira de se obter informações que nos levassem a este instante inicial, ao instante desta tremenda explosão? Afinal, a expansão do universo que observamos hoje é uma pista importante, mas gostaríamos de ter uma outra tão forte quanto

ou ainda mais evidente que esta para que possamos ter certeza da descrição do universo através da Relatividade Geral. Gostaríamos ainda de saber o porquê desta explosão e sua descrição detalhada.

Várias destas perguntas têm uma resposta hoje, algumas delas ainda são motivação de grande pesquisa nesta área. Nas décadas de trinta a cinquenta do século XX, não se sabia como demonstrar este fato. Teorias alternativas surgiram, como a teoria da geração espontânea de matéria. Havia porém uma predição da teoria da *Grande Explosão*. Como em toda explosão, deveria haver restos, no caso na forma de energia eletromagnética, ou seja, fótons, que sobraram da queima inicial. Estes fótons, ou seja, estas ondas eletromagnéticas, estariam já muito *frios*. Frios aqui, significa que perderam energia. De fato pode-se calcular sua *temperatura*. Ela seria de apenas 2.7 graus Kelvin, ou seja, apenas menos de três graus acima do zero absoluto de temperatura!

Qual o significado de uma luz mais *fria*? A luz é caracterizada por um comprimento de onda. A luz visível tem comprimentos de onda entre 300 e 500 nanômetros (um bilionésimo de metro). De acordo com a Mecânica Quântica, a energia de um pacote mínimo de luz é proporcional a sua frequência. Como a energia é uma medida da temperatura, podemos dizer que a luz tem uma certa temperatura. De fato, a situação real é bem mais complexa do que isto, e esta ligada ao comportamento de um objeto que foi extremamente importante na descoberta da Mecânica Quântica, o *corpo negro*. No entanto, esta idéia de temperatura é suficiente para nós neste momento.

Na década de sessenta, dois técnicos em antenas de microondas tentavam calibrar uma de seus aparelhos. Eram antenas muito sofisticadas, muito mais que uma simples antena de recepção que conhecemos. Descobriram que havia um *ruido de fundo* na forma de um resquício de radiação eletromagnética. Tal resquício tinha uma temperatura que correspondia aproximadamente ao valor dito acima. Foi assim que descobriram a *Radiação Cósmica de Fundo*,

corroborando a *Teoria do Big Bang*, que viria também a ser conhecida como *Teoria Cosmológica Standard*. Tal descoberta valeu a Penzias e Wilson o prêmio Nobel de Física do ano de 1965.

Um segundo sucesso da *Teoria Cosmológica Standard* é o cálculo da quantidade de Hélio comparada com a de Hidrogênio no Universo, assim como as estimativas de matéria mais pesada. Mas para isto devemos compreender melhor a evolução do Universo de acordo com a Mecânica Quântica, o que aqui faremos de um modo apenas qualitativo, para que os detalhes técnicos não acabem por borrar nossa compreensão mais que ajudá-la.

É muito difícil explicar o início. As teorias modernas caminham nesta direção, mas ainda não há uma resposta final. Vamos começar por uma teoria onde o início significa uma fração de segundo já após a Grande Explosão.

Em primeiro lugar, o que significa esta *fração de segundo*? Na verdade a Teoria da Relatividade Geral descreve o tempo, no início de maneira um pouco diferente de como este *tempo* flui para nós. Em uma pequena fração de segundo verdadeiras eras se passam, e precisamos de uma nova escala de tempo para descrever estas eras. Passamos a descrevê-las através destas frações, ou seja, eras se passam quanto mais nos aproximamos do instante inicial. Começamos nossa descrição a 10^{-33} s após a explosão. Parece pequeno demais! No entanto, a noção de tempo acaba por ser um pouco diferente neste início, e quanto mais nos aproximamos da origem dos tempos, mais fenômenos ocorrem em espaços de tempo cada vez menores.

A explosão inicial se inicia com um um Universo infinitamente quente. Tão quente era o Universo, que a matéria, tal como a vemos hoje, não existia. A energia de cada partícula elementar era tão grande que cada uma delas interagia rapidamente com as outras com tal troca de energia, que cada uma delas não mantinha sua identidade por muito tempo. As partículas elementares, ao interagirem, produzem quantidades grandes de outras partículas, como por exemplo os fótons, ou seja, a energia eletromagnética. Estes por sua vez também interagem com grande frequência, de modo que eles não viajam por

longas distâncias a sós, o que indica que imagens não são transmitidas por longas distâncias. Nesta chamada *Era da Radiação* o Universo era, portanto, opaco, como se uma espessa bruma cobrisse tudo. Esta era durou um tempo relativamente grande, qual seja, cerca de 300.000 anos após a explosão inicial.

Esta foi uma época crucial para a história do universo. De fato, houve dois acontecimentos, por acaso quase concomitantes, que aconteceram na ocasião. Um deles foi o fato que o Universo deixou de ser opaco, pois os fótons, então já bastante frios, pouco energéticos, não podiam mais dar energia suficiente para excitar os átomos, e então já passavam incólumes pela matéria. Hoje, podemos observar a Radiação Cósmica de Fundo desta época, e uma das metas científicas da cosmologia é tentar prever a evolução do Universo através do conhecimento desta radiação de fundo e suas inhomogeneidades em tal época.

Outro acontecimento importante foi o fato de que a maior parte da energia solta pelo Universo, que estava na forma de radiação, passou a estar, em sua maior parte, na forma de matéria inerte. Isto foi muito importante, pois a radiação *não para*, e dificilmente forma aglomerados, enquanto a matéria inerte mais facilmente se aglomera, formando objetos compactos, que algum dia formarão as galáxias, as estrelas, os planetas, e os seres vivos, como consequência.

Voltemos aos primeiríssimos instantes, aos 10^{-33} seg de vida do Universo. Havia um caldo, uma sopa onde partículas muito menores que as frações dos átomos hoje conhecidos. Havia muitos fenômenos hoje quase indecifráveis, possivelmente o próprio espaço-tempo tivesse uma caracterização diferente, e fosse multidimensional. Conforme passava o tempo, fenômenos misteriosos iam acontecendo. Uma tremenda aceleração do Universo como um todo acontecera nesta época, o mundo aumetara de tamanho de maneira tremenda, fora a época da grande inflação.

Os quarks, germens da matéria, conviviam com elétrons de carga positiva e de carga negativa, até que um interação elementar, universal, sentindo

o descer da temperatura se congelou, os elétrons de carga positiva desapareceram, e formou-se um germen mais adequado para a matéria como a conhecemos, ou seja, formaram-se os prótons e os nêutrons, assim como os elétrons. O processo de congelamento das interações é correto, e se chama, tecnicamente, *Quebra espontânea de Simetria*. Este processo é a chave da compreensão da evolução do Universo, explicando porquê temos quatro interações elementares de intensidade diferente, ou seja, temos a gravidade que nos segura à Terra, a eletricidade e o magnetismo, que tão bem conhecemos, a interação fraca, que controla a emissão de luz do Sol, e a interação forte, responsável pelas forças nucleares, que juntam o núcleo atômico.

Mesmo após a formação da matéria, através dos prótons, nêutrons e elétrons, a temperatura era tão alta que de fato todos andavam tão rápido que pareciam mesmo ondas luminosas. Dai por diante, com a diminuição da temperatura, as interações foram se formando. Quando os átomos se formaram, liberando a luz, e quando a quantidade de matéria se tornou mais importante que a quantidade de energia luminosa, passamos para a era moderna, chamada de *dominada pela matéria*. Aí então as estruturas passaram a se formar, os aglomerados gigantescos, as galáxias, as estrelas.

Entre as estrelas, apareceram também algumas muito grandes, que ao se resfriarem, não mais se podiam manter sob o peso de toda sua matéria, então elas implodem. São as chamadas supernovas, que provocam explosões gigantescas no espaço. Se uma supernova explodir em um raio de alguns anos luz tudo é tomado pela energia delas. Esperamos que nos próximos milhões de anos nenhuma supernova aconteça perto da Terra. Mas estes não são apenas objetos malignos, pois é delas que provém a matéria da qual somos formados.

No início do Universo, havia preponderantemente hidrogênio. A interação do hidrogênio, que se fundia, produziu grandes quantidades de Hélio. Outros materiais, como o lítio, foram também produzidos, mas os elementos mais pesados, por um milagre da natureza não o foram. Isto foi bom para a

vida, pois se o fossem, o Universo teria se resfriado rápido demais, e não teria havido tempo de se formar a vida. Calcula-se que a quarta parte da matéria formada no início do Universo seja gas Hélio¹. Os materiais pesados são formados nas estrelas supernovas.

¹Na superfície da Terra, o Hélio é muito raro, pois escapa para o espaço exterior. Ele é encontrado aprisionado em minas.