

# 100 ANOS DE RELATIVIDADE GERAL

Victor O. Rivelles

Instituto de Física  
Universidade de São Paulo  
e-mail: [rivelles@fma.if.usp.br](mailto:rivelles@fma.if.usp.br)  
<http://itec.if.usp.br/~rivelles>

Convite à Física – 23/09/2015

ANNALEN DER PHYSIK.  
VIERTE FOLGE. BAND 49.

1. *Die Grundlage  
der allgemeinen Relativitätstheorie;*  
von *A. Einstein.*

Die im nachfolgenden dargelegte Theorie bildet die denkbar weitgehendste Verallgemeinerung der heute allgemein als „Relativitätstheorie“ bezeichneten Theorie; die letztere nenne ich im folgenden zur Unterscheidung von der ersteren „spezielle Relativitätstheorie“ und setze sie als bekannt voraus. Die Verallgemeinerung der Relativitätstheorie wurde sehr erleichtert durch die Gestalt, welche der speziellen Relativitätstheorie durch Minkowski gegeben wurde, welcher Mathematiker zuerst die formale Gleichwertigkeit der räumlichen Koordinaten und der Zeitkoordinate klar erkannte und für den Aufbau der Theorie nutzbar machte. Die für die allgemeine Relativitätstheorie nötigen mathematischen Hilfsmittel lagen fertig bereit in dem „absoluten Differentialkalkül“, welcher auf den Forschungen von Gauss, Riemann und Christoffel über nichteuklidische Mannigfaltigkeiten ruht und von Ricci und Levi-Civita in ein System gebracht und bereits auf Probleme der theoretischen Physik angewendet wurde. Ich habe im Abschnitt B der vorliegenden Abhandlung alle für uns nötigen, bei dem Physiker nicht als bekannt vorauszusetzenden mathematischen Hilfsmittel in möglichst einfacher und durchsichtiger Weise entwickelt, so daß ein Studium mathematischer Literatur für das Verständnis der vorliegenden Abhandlung nicht erforderlich ist. Endlich sei an dieser Stelle dankbar meines Freundes, des Mathematikers Grossmann, gedacht, der mir durch seine Hilfe nicht nur das Studium der einschlägigen mathematischen Literatur ersparte, sondern mich auch beim Suchen nach den Feldgleichungen der Gravitation unterstützte.

Basics of the General Theory of Relativity

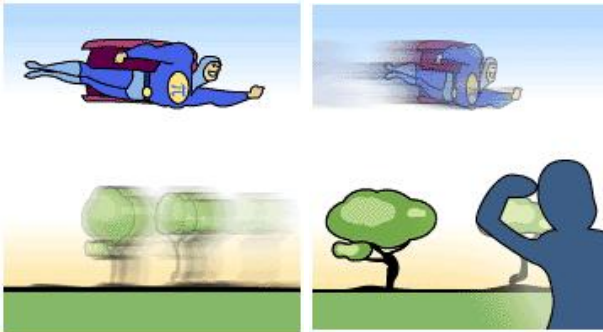
## Tópicos a serem abordados:

- Problemas da relatividade restrita
- O que é a relatividade geral
- Efeitos da relatividade geral
- Uma nova ciência: a cosmologia
- Problemas em aberto

# RELATIVIDADE ESPECIAL

- Formulada por Einstein em 1905.
- A **velocidade da luz** é a mesma em qualquer referencial inercial.
- **Contração de Lorentz**: comprimentos dependem do observador

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$



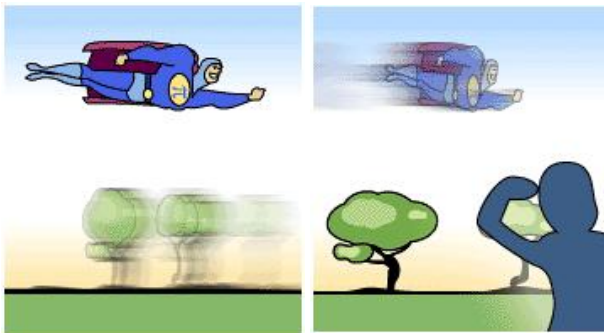
- **Dilatação temporal**: intervalos de tempo dependem do observador

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

# RELATIVIDADE ESPECIAL

- Formulada por Einstein em 1905.
- A **velocidade da luz** é a mesma em qualquer referencial inercial.
- **Contração de Lorentz**: comprimentos dependem do observador

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$



- **Dilatação temporal**: intervalos de tempo dependem do observador

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

- M. Nagel, *Nature Comm.*, Sept. 2015, Experiência de MM em cavidades ressonantes!

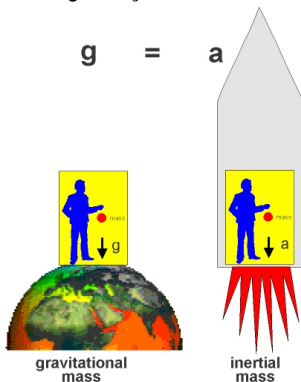
# GRAVITAÇÃO NA RELATIVIDADE RESTRITA

- A força gravitacional Newtoniana propaga-se **instantaneamente**.
- É necessário **conciliar** a relatividade restrita com a gravitação.
- Einstein demorou 10 anos para compatibilizar a relatividade restrita com a gravitação.



# GRAVITAÇÃO NA RELATIVIDADE RESTRITA

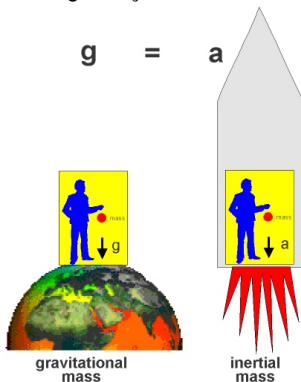
- A força gravitacional Newtoniana propaga-se **instantaneamente**.
- É necessário **conciliar** a relatividade restrita com a gravitação.
- Einstein demorou 10 anos para compatibilizar a relatividade restrita com a gravitação.



- Para isso foi necessário descobrir o **Princípio da Equivalência**: (1907)  
Não é possível distinguir os efeitos de um campo gravitacional dos efeitos da aceleração com respeito a um observador inercial.

# GRAVITAÇÃO NA RELATIVIDADE RESTRITA

- A força gravitacional Newtoniana propaga-se **instantaneamente**.
- É necessário **conciliar** a relatividade restrita com a gravitação.
- Einstein demorou 10 anos para compatibilizar a relatividade restrita com a gravitação.

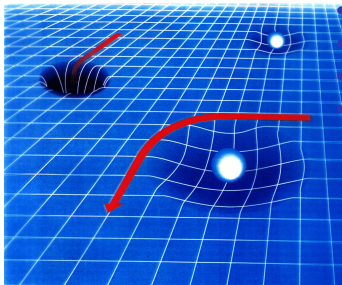


- Para isso foi necessário descobrir o **Princípio da Equivalência**: (1907)  
Não é possível distinguir os efeitos de um campo gravitacional dos efeitos da aceleração com respeito a um observador inercial.
- Explica porque a **massa inercial** é igual à **massa gravitacional**!



# RELATIVIDADE GERAL

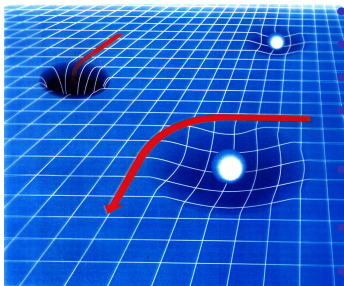
## Relatividade geral = teoria da gravitação relativística



- Não há força gravitacional.
- A gravitação devido à curvatura do espaço.
- Matéria causa a curvatura do espaço.
- A curvatura determina o movimento da matéria.

# RELATIVIDADE GERAL

## Relatividade geral = teoria da gravitação relativística



- Não há força gravitacional.
- A gravitação devido à curvatura do espaço.
- Matéria causa a curvatura do espaço.
- A curvatura determina o movimento da matéria.

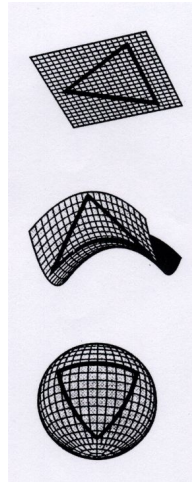
Equações a Relatividade Geral  
(Novembro de 1915)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi T_{\mu\nu} \text{ Eq. de Einstein}$$

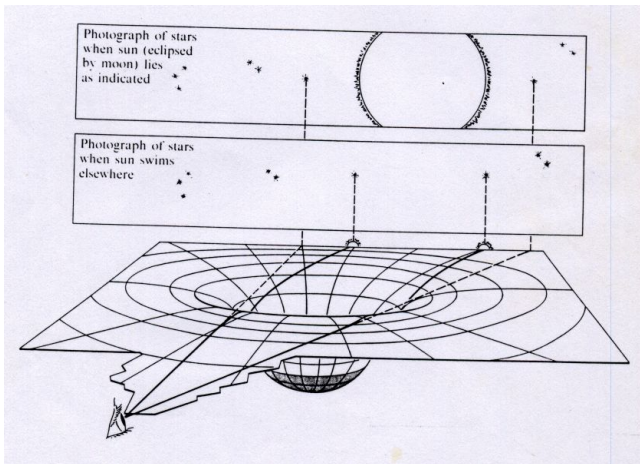
$$\frac{d^2 X^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\nu\rho}^\mu \frac{dX^\nu}{d\tau} \frac{dX^\rho}{d\tau} = 0 \text{ Eq. da geodésica}$$

# ESPAÇOS CURVOS

- O que é um espaço curvo?
- Geometria Euclidiana: soma dos ângulos internos de um triângulo é 180 graus.
- Geometria Riemanniana: a soma pode ser diferente!
- **Sem curvatura**: igual à 180 graus.
- **Curvatura positiva**: maior que 180 graus.
- **Curvatura negativa**: menor que 180 graus.



# DEFLEXÃO DOS RAIOS DE LUZ PELA GRAVITAÇÃO



A curvatura do espaço-tempo distorce o caminho dos raios de luz  
Confirmado por Eddington em 1919.



# REDSHIFT GRAVITACIONAL E O GPS



# REDSHIFTSHIFT GRAVITACIONAL E O GPS



- A frequência da luz **aumenta** quando "cai" num campo gravitacional (**blueshift**) ou **diminui** quando se "afasta" (**redshift**) devido ao princípio da equivalência.

# REDSHIFTSHIFT GRAVITACIONAL E O GPS



- A frequência da luz **aumenta** quando "cai" num campo gravitacional (**blueshift**) ou **diminui** quando se "afasta" (**redshift**) devido ao princípio da equivalência.
- Relatividade restrita (dilatação temporal): relógio no espaço **atrasa**.
- Relatividade geral: Relógio no espaço **adianta** com relação a um relógio Terra. Efeitos opostos mas que não se cancelam.



# REDSHIFTSHIFT GRAVITACIONAL E O GPS



- A frequência da luz **aumenta** quando "cai" num campo gravitacional (**blueshift**) ou **diminui** quando se "afasta" (**redshift**) devido ao princípio da equivalência.
  - Relatividade restrita (dilatação temporal): relógio no espaço **atrasa**.
  - Relatividade geral: Relógio no espaço **adianta** com relação a um relógio Terra. Efeitos opostos mas que não se cancelam.
- A relatividade restrita faz com que o relógio atrase **7  $\mu$ s por dia**.
  - A relatividade geral faz com que o relógio adiante **45  $\mu$ s por dia**.
  - Portanto, o relógio no satélite adianta **38  $\mu$ s por dia**.

# REDSHIFTSHIFT GRAVITACIONAL E O GPS



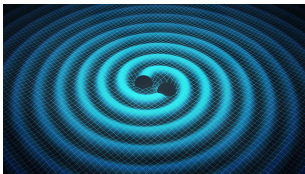
- A frequência da luz **aumenta** quando "cai" num campo gravitacional (**blueshift**) ou **diminui** quando se "afasta" (**redshift**) devido ao princípio da equivalência.
  - Relatividade restrita (dilatação temporal): relógio no espaço **atrasa**.
  - Relatividade geral: Relógio no espaço **adianta** com relação a um relógio Terra. Efeitos opostos mas que não se cancelam.
- A relatividade restrita faz com que o relógio atrase **7  $\mu$ s por dia**.
  - A relatividade geral faz com que o relógio adiante **45  $\mu$ s por dia**.
  - Portanto, o relógio no satélite adianta **38  $\mu$ s por dia**.
  - É necessário efetuar essa correção no relógio do GPS.
  - Para um GPS com precisão de 15 m é necessário uma acuracidade de 50 ns.

# REDSHIFTSHIFT GRAVITACIONAL E O GPS



- A frequência da luz **aumenta** quando "cai" num campo gravitacional (**blueshift**) ou **diminui** quando se "afasta" (**redshift**) devido ao princípio da equivalência.
  - Relatividade restrita (dilatação temporal): relógio no espaço **atrasa**.
  - Relatividade geral: Relógio no espaço **adianta** com relação a um relógio Terra. Efeitos opostos mas que não se cancelam.
- A relatividade restrita faz com que o relógio atrase **7  $\mu$ s por dia**.
  - A relatividade geral faz com que o relógio adiante **45  $\mu$ s por dia**.
  - Portanto, o relógio no satélite adianta **38  $\mu$ s por dia**.
  - É necessário efetuar essa correção no relógio do GPS.
  - Para um GPS com precisão de 15 m é necessário uma acuracidade de 50 ns.
  - Desprezando os efeitos da relatividade a imprecisão passa para **11,4 Km por dia!**

# ONDAS GRAVITACIONAIS



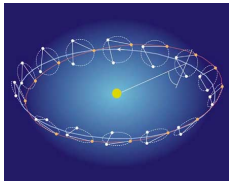
Estrelas de nêutrons PSR B1913+16  
Prêmio Nobel 1993



Advanced LIGO: dois interferômetros de laser distantes 3700 Km com braços de 4 Km, fase 1: 2002; fase 2: 09/2015



Detector Mário Schenberg na USP:  
65 cm diâmetro, 1.2 ton



LISA: Três satélites, interferometria laser, distância de 3700 Km 5 milhões Km

# BURACOS NEGROS



- Estrela cuja força gravitacional é tão forte que impede a emissão de luz.
- **Horizonte de eventos:** superfície que delimita o buraco negro.
- A massa estrela deve estar dentro do horizonte de eventos.
- O horizonte de eventos do Sol é 3 Km!

# BURACOS NEGROS

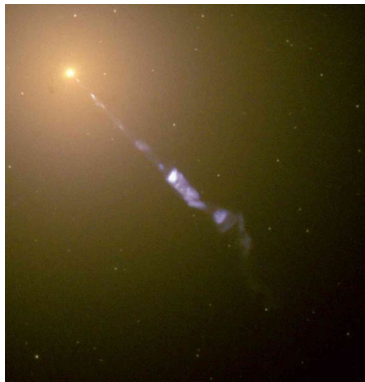


- Estrela cuja força gravitacional é tão forte que impede a emissão de luz.
- **Horizonte de eventos**: superfície que delimita o buraco negro.
- A massa estrela deve estar dentro do horizonte de eventos.
- O horizonte de eventos do Sol é 3 Km!
- Uma vez dentro do buraco negro não há como sair. **Nem a luz sai do buraco negro!**
- Próximo de seu centro a força gravitacional é tão intensa que é necessário levar em conta **efeitos quânticos**. Ninguém sabe como fazer isso.
- Os buracos negros existem?

## EXISTEM BURACOS NEGROS?



Sistema binário na galáxia M33  
Massa do BN: 15.7 massas solares

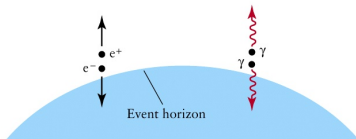


Jato emitido pela galáxia M87  
Buraco negro supermassivo no centro da galáxia

- O buraco negro no centro de nossa galáxia! 4 milhões de massas solares
- Animação: <http://www.galacticcenter.astro.ucla.edu/animations.html>

# RADIAÇÃO DE HAWKING

- Steven Hawking descobriu em 1974 que buracos negros podem **irradiar**.
- A mecânica quântica permite a criação de pares: **partícula – anti-partícula**.
- Se a criação de pares ocorrer próxima ao **horizonte de eventos** um das partículas cai no buraco negro e a outra se afasta do buraco negro!



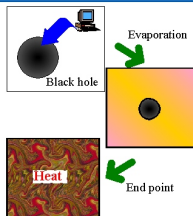
- **O buraco negro não é totalmente negro!** Produz radiação térmica: **temperatura do buraco negro**.
- Buraco negro de uma massa solar tem temperatura de **60 nanokelvin!**
- Isso leva ao ...



## Problema da Perda de Informação

- Se um computador cai no interior de um buraco negro toda informação contida nele é perdida.
- O buraco negro emite radiação, vai perdendo massa, e eventualmente desaparece: **evaporação do buraco negro**
- **Toda informação contida no buraco negro é perdida de forma permanente!** Paradoxo da informação.
- A mecânica quântica não permite que isso aconteça!

### Information Loss



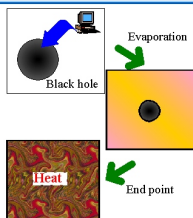
## Problema da Perda de Informação

- Se um computador cai no interior de um buraco negro toda informação contida nele é perdida.
- O buraco negro emite radiação, vai perdendo massa, e eventualmente desaparece: **evaporação do buraco negro**
- **Toda informação contida no buraco negro é perdida de forma permanente!** Paradoxo da informação.
- A mecânica quântica não permite que isso aconteça!
- Apostas foram feitas! Hawking apostou que informação pode ser perdida num buraco negro.
- Em 2005 Hawking, usando a **teoria de cordas**, concluiu que a informação é preservada, perdendo a aposta!
- Em agosto de 2015, numa conferência na Suécia, Hawking diz que a informação é **armazenada no horizonte** do buraco negro (holografia)!

<https://www.kth.se/en/aktuellt/nyheter/>

hawking-offers-new-solution-to-black-hole-mystery-1.586546

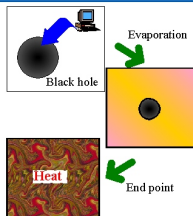
### Information Loss



## Problema da Perda de Informação

- Se um computador cai no interior de um buraco negro toda informação contida nele é perdida.
- O buraco negro emite radiação, vai perdendo massa, e eventualmente desaparece: **evaporação do buraco negro**
- **Toda informação contida no buraco negro é perdida de forma permanente!** Paradoxo da informação.
- A mecânica quântica não permite que isso aconteça!
- Apostas foram feitas! Hawking apostou que informação pode ser perdida num buraco negro.
- Em 2005 Hawking, usando a **teoria de cordas**, concluiu que a informação é preservada, perdendo a aposta!
- Em agosto de 2015, numa conferência na Suécia, Hawking diz que a informação é **armazenada no horizonte** do buraco negro (holografia!)  
<https://www.kth.se/en/aktuell/nyheter/hawking-offers-new-solution-to-black-hole-mystery-1.586546>
- Em setembro de 2015, t' Hooft (prêmio Nobel 1999), informação pode ser resgatada do buraco negro!
- Vamos aguardar...

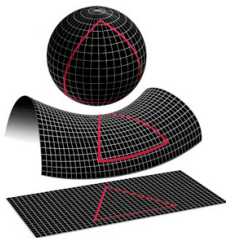
### Information Loss



# COSMOLOGIA

- Cosmologia é o estudo da origem, estrutura e evolução do Universo.
- **Cosmologia Newtoniana**: universo infinito e estático. Porém instável.
- **A relatividade geral permite traçar a história do Universo!**
- Em **1922** Friedmann mostra que relatividade geral admite:

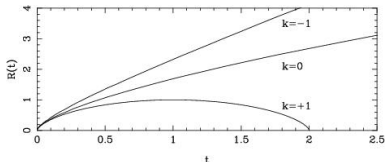
- Universo **fechado**



- Universo **aberto**

- Universo **plano**

- Além disso o Universo deveria estar em **expansão ou contração!**



# UNIVERSO EM EXPANSÃO

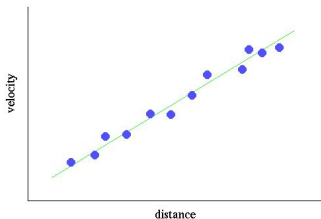
- Na época acreditava-se que o Universo era **estático**!
- Em Einstein modifica suas equações para obter um universo estático.
- Introduz a **constante cosmológica  $\Lambda$**  nas equações da relatividade geral

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$$

- Em seguida Hubble descobriu que as galáxias estão se afastando de nós e portanto o **Universo está em expansão!**

**Lei de Hubble:** A velocidade de recessão é proporcional à distância da galáxia.

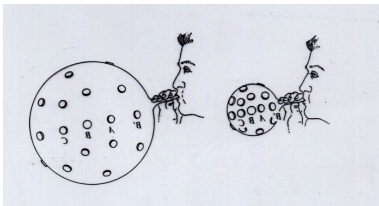
Hubble's law



- Einstein afirma que cometeu o maior erro de sua vida!

# UNIVERSO EM EXPANSÃO

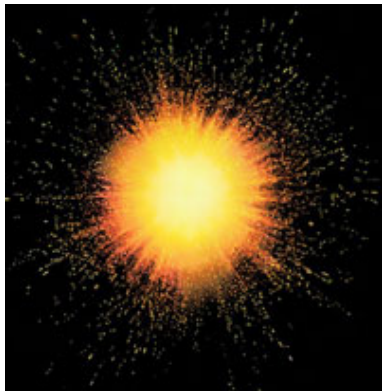
- Expansão e afastamento das galáxias:



- Como as galáxias estão se afastando uma das outras elas deveriam estar **mais próximas no passado**.
- Portanto, no passado, aconteceu o ...

# BIG BANG

- A explosão inicial, há cerca de 13.8 bilhões de anos atrás.



- Cosmologia do Big Bang.
- Em 1949 George Gamow prevê a existência da **radiação cósmica de fundo** deixada pelo Big Bang quando o Universo tinha **380.000 anos!**

# RADIAÇÃO CÓSMICA DE FUNDO

- Em 1965 a radiação cósmica de fundo é **descoberta** por Penzias e Wilson.
- Prêmio Nobel em 1978



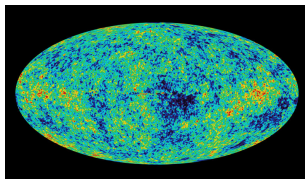
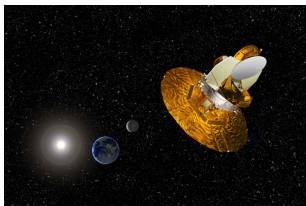


# RADIAÇÃO CÓSMICA DE FUNDO

- Em 1965 a radiação cósmica de fundo é **descoberta** por Penzias e Wilson.
- Prêmio Nobel em 1978

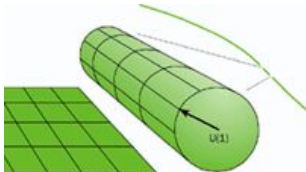


- Hoje em dia utilizam-se satélites: **COBE, WMAP, PLANCK, ...**
- Detecta a radiação de fundo à 2.7K e diferenças de temperatura de **micro-Kelvin**.
- COBE: prêmio Nobel de 2006



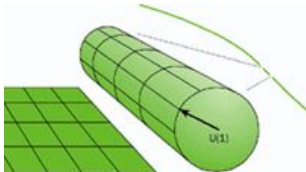
## DE VOLTA A EINSTEIN...

- Einstein tinha outras ideias em mente.
- Em 1926 **Theodor Kaluza e Oscar Klein** mostram como estender a relatividade geral para **5 dimensões** e como obter a relatividade geral e o eletromagnetismo em **4 dimensões** depois enrolar uma das dimensões espaciais num círculo muito pequeno.



## DE VOLTA A EINSTEIN...

- Einstein tinha outras ideias em mente.
- Em 1926 **Theodor Kaluza e Oscar Klein** mostram como estender a relatividade geral para **5 dimensões** e como obter a relatividade geral e o eletromagnetismo em **4 dimensões** depois enrolar uma das dimensões espaciais num círculo muito pequeno.

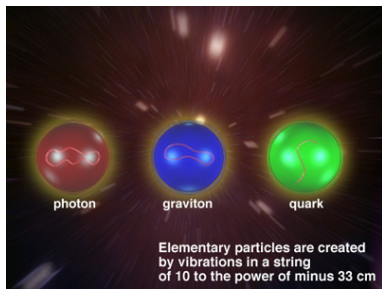


- **Teoria unificada da gravitação e eletromagnetismo.** Usado nas teorias de cordas!
- Einstein tentou obter uma teoria unificada da gravitação com a mecânica quântica mas falhou.
- Passou seus últimos anos tentando obter uma teoria unificada da gravitação e eletromagnetismo modificando a relatividade geral.

- A idéia de **unificação**, porém, persistiu.
- As partículas elementares são descritas por uma **teoria unificada das forças eletromagnética, forte e fraca**.

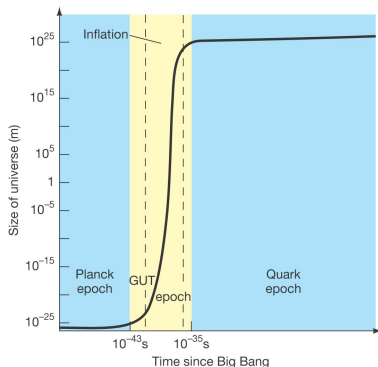
- A idéia de **unificação**, porém, persistiu.
- As partículas elementares são descritas por uma **teoria unificada das forças eletromagnética, forte e fraca**.
- **A relatividade geral, porém, não pode ser quantizada!**
- Hoje se sabe que:
  - O modelo padrão das partículas elementares precisa ser ampliado.
  - A relatividade geral também.

- A idéia de **unificação**, porém, persistiu.
- As partículas elementares são descritas por uma **teoria unificada das forças eletromagnética, forte e fraca**.
- **A relatividade geral, porém, não pode ser quantizada!**
- Hoje se sabe que:
  - O modelo padrão das partículas elementares precisa ser ampliado.
  - A relatividade geral também.
- A proposta mais viável é a **teoria de cordas**.
- **Fornecer uma teoria quântica para a gravitação** no regime perturbativo.
- **Explica a entropia de certos buracos negros**
- **Requer dimensões extras e objetos extensos: branas**
- **Branas dão origem à outros modelos cosmológicos**
- **Mas a teoria de cordas ainda não está completa!!!**



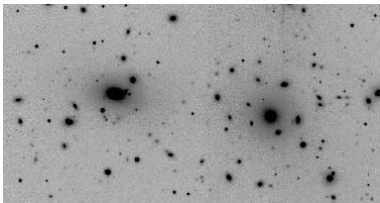
# UNIVERSO INFLACIONÁRIO

- A **radiação cósmica de fundo** medida hoje é extremamente **homogênea e isotrópica**.  
**Porquê?**
- Em 1980 **Alan Guth** propôs o **modelo inflacionário**.
- O Universo passou por uma **fase de expansão exponencial**.
- Dobrava de tamanho a cada  $10^{-34}$  s.!!!
- Isso explica porque a temperatura da radiação cósmica de fundo hoje é a mesma em qualquer direção.



# MATÉRIA ESCURA

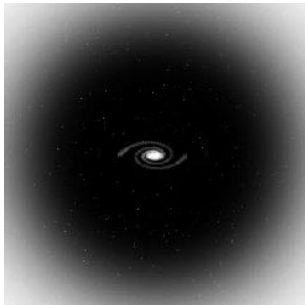
- Em 1933 o aglomerado de galáxias de Coma é estudado.
- O movimento das galáxias **não pode ser explicado** pela atração gravitacional.
- O mesmo acontece com **estrelas na borda das galáxias**.
- Parece que há **mais massa** no aglomerado do aquela vista pelos telescópicos.
- É então postulado a existência da **MATÉRIA ESCURA**.





# MATÉRIA ESCURA

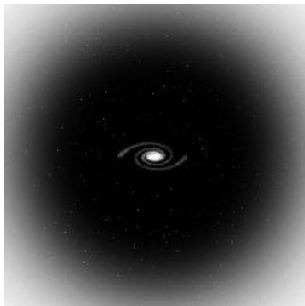
- É um novo tipo de matéria que praticamente não emite nem reflete luz.
- Sua natureza é desconhecida.
- Propostas que provém do modelo de partículas elementares: axions, WIMPs, neutralino, outras partículas supersimétricas.
- Há vários experimentos tentando detectar tais partículas.



# MATÉRIA ESCURA

- É um **novo tipo de matéria** que praticamente não emite nem reflete luz.
- Sua **natureza é desconhecida**.
- Propostas que provém do modelo de partículas elementares: axions, WIMPs, neutralino, outras partículas supersimétricas.
- Há vários experimentos tentando detectar tais partículas.

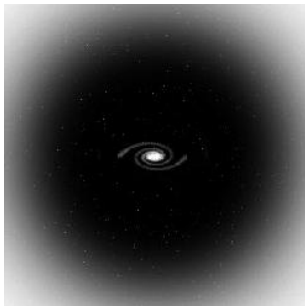
- Sabemos que:
- Matéria comum constitui apenas 4% do Universo.
- Matéria escura constitui 23% do conteúdo do Universo.



# MATÉRIA ESCURA

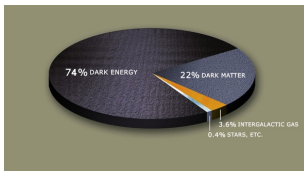
- É um **novo tipo de matéria** que praticamente não emite nem reflete luz.
- Sua **natureza é desconhecida**.
- Propostas que provém do modelo de partículas elementares: axions, WIMPs, neutralino, outras partículas supersimétricas.
- Há vários experimentos tentando detectar tais partículas.

- Sabemos que:
- Matéria comum constitui apenas 4% do Universo.
- Matéria escura constitui 23% do conteúdo do Universo.
- Ainda faltam 73% !!!



# EXPANSÃO ACELERADA DO UNIVERSO

- Em 1998 é descoberta através da observação de supernovas do tipo IA que a **expansão do Universo é acelerada**. Premio Nobel de 2011!
- Para explica-la é necessário postular a existência de uma energia que produza pressão negativa: **a energia escura**.
- Na relatividade geral o efeito de uma pressão negativa é gerar uma força que se opõem à força gravitacional.
- A energia escura pode estar na forma da **constante cosmológica**.
- Outras alternativas mais exóticas existem: quintessência, cosmologia de branas...
- A energia escura constitui 73% do conteúdo do Universo.



## PARA SABER MAIS

### LIVROS

- M. Gleiser, A Dança do Universo (Cia. das Letras, 1997)
- S. Hawking, O Universo Numa Casca de Noz (Mandarim, 2001)
- S. Weinberg, Os Três Primeiros Minutos (Guanabara Dois, 1980)
- A. Guth, O Universo Inflacionário (Campus, 1997)
- W. Isaacson, Einstein, Sua Vida, Seu Universo (Cia. das Letras, 2007)
- A. Pais, Sutil é o Senhor (Ed. Nova Fronteira, 1995)

### VÍDEOS

- Einstein, History Channel, 2008 (1:29)
- Einstein and Eddington, BBC, 2008 (1:28)
- Monster of the Milk Way, PBS (51:06)
- Hawking, PBS, 2013 (1:33)
- A Teoria de Tudo, (Universal) 2014 (1:23)
- Einstein's Unfinished Symphony, BBC, 2005 (48:59)
- Most of Our Universe is Missing, BBC, 2006 (48:09)
- Is Everything we Know About the Universe Wrong?, BBC, 2010 (58:57)