INTRODUÇÃO À RELATIVIDADE GERAL - Aula 2

Victor O. Rivelles

Instituto de Física

Universidade de São Paulo

rivelles@fma.if.usp.br

http://www.fma.if.usp.br/~rivelles/

XXI Jornada de Física Teórica – 2006

Revisão

Relatividade restrita: intervalo $\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - \Delta t^2$

Geometria de Minkowski: espaço-tempo 4 dimensões

Revisão

Relatividade restrita: intervalo $\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - \Delta t^2$

Geometria de Minkowski: espaço-tempo 4 dimensões

Relatividade geral: força de gravitação é substituída pela curvatura do espaço-tempo

Revisão

Relatividade restrita: intervalo $\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - \Delta t^2$

Geometria de Minkowski: espaço-tempo 4 dimensões

Relatividade geral: força de gravitação é substituída pela curvatura do espaço-tempo

Sistema de coordenadas arbitrário: base natural $e_i = (\vec{e}_u, \vec{e}_v, \vec{e}_w)$ e base dual $e^i = (\vec{e}^u, \vec{e}^v, \vec{e}^w)$

Expansão de um vetor $\vec{v} = v^i \vec{e}_i = v_i \vec{e}^i$; v^i componentes contravariantes de $\vec{v}$ e v_i componentes covariantes de $\vec{v}$

Revisão

Relatividade restrita: intervalo $\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - \Delta t^2$

Geometria de Minkowski: espaço-tempo 4 dimensões

Relatividade geral: força de gravitação é substituída pela curvatura do espaço-tempo

Sistema de coordenadas arbitrário: base natural $e_i = (\vec{e}_u, \vec{e}_v, \vec{e}_w)$ e base dual $e^i = (\vec{e}^u, \vec{e}^v, \vec{e}^w)$

Expansão de um vetor $\vec{v} = v^i \vec{e}_i = v_i \vec{e}^i$; v^i componentes contravariantes de $\vec{v}$ e v_i componentes covariantes de $\vec{v}$

Norma $ds^2 = d\vec{r} \cdot d\vec{r} = g_{ij} du^i du^j$ onde $g_{ij} = \vec{e}_i \cdot \vec{e}_j$ é a métrica no sistema de coordenadas dado.

Revisão

Relatividade restrita: intervalo $\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - \Delta t^2$

Geometria de Minkowski: espaço-tempo 4 dimensões

Relatividade geral: força de gravitação é substituída pela curvatura do espaço-tempo

Sistema de coordenadas arbitrário: base natural $e_i = (\vec{e}_u, \vec{e}_v, \vec{e}_w)$ e base dual $e^i = (\vec{e}^u, \vec{e}^v, \vec{e}^w)$

Expansão de um vetor $\vec{v} = v^i \vec{e}_i = v_i \vec{e}^i$; v^i componentes contravariantes de $\vec{v}$ e v_i componentes covariantes de $\vec{v}$

Norma $ds^2 = d\vec{r} \cdot d\vec{r} = g_{ij} du^i du^j$ onde $g_{ij} = \vec{e}_i \cdot \vec{e}_j$ é a métrica no sistema de coordenadas dado.

Tensor tipo (r, s) contravariante de ordem r e covariante de ordem s:

$$T'^{i_1 \ldots i_r}_{j_1 \ldots j_s} = \frac{\partial u'^{i_1}}{\partial u^{k_1}} \ldots \frac{\partial u^{l_1}}{\partial u'^{j_1}} \ldots T^{k_1 \ldots k_r}_{l_1 \ldots l_s}$$

Revisão

Relatividade restrita: intervalo $\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - \Delta t^2$

Geometria de Minkowski: espaço-tempo 4 dimensões

Relatividade geral: força de gravitação é substituída pela curvatura do espaço-tempo

Sistema de coordenadas arbitrário: base natural $e_i = (\vec{e}_u, \vec{e}_v, \vec{e}_w)$ e base dual $e^i = (\vec{e}^u, \vec{e}^v, \vec{e}^w)$

Expansão de um vetor $\vec{v} = v^i \vec{e}_i = v_i \vec{e}^i$; v^i componentes contravariantes de $\vec{v}$ e v_i componentes covariantes de $\vec{v}$

Norma $ds^2 = d\vec{r} \cdot d\vec{r} = g_{ij} du^i du^j$ onde $g_{ij} = \vec{e}_i \cdot \vec{e}_j$ é a métrica no sistema de coordenadas dado.

Tensor tipo (r, s) contravariante de ordem r e covariante de ordem s:

$$T'^{i_1 \dots i_r}_{j_1 \dots j_s} = \frac{\partial u'^{i_1}}{\partial u^{k_1}} \cdots \frac{\partial u^{l_1}}{\partial u'^{j_1}} \cdots T^{k_1 \dots k_r}_{l_1 \dots l_s}$$

Cálculo tensorial no espaço Euclidiano

Cálculo tensorial na relatividade

Coordenadas $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3)$

Métrica de Minkowski $ds^2 = -(dx^0)^2 + (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Cálculo tensorial na relatividade

Coordenadas $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3)$

Métrica de Minkowski $ds^2 = -(dx^0)^2 + (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Componentes contravariantes e covariante de um vetor

$A_0 = -A^0, \quad A_1 = A^1, \quad A_2 = A^2, \quad A_3 = A^3$

Cálculo tensorial na relatividade

Coordenadas $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3)$

Métrica de Minkowski $ds^2 = -(dx^0)^2 + (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Componentes contravariantes e covariante de um vetor

$A_0 = -A^0, \quad A_1 = A^1, \quad A_2 = A^2, \quad A_3 = A^3$

Tranformações de coordenadas relevantes: transformações de Lorentz

Gravitação na relatividade restrita

- Na RR o intervalo $\Delta s^2 = \eta_{\mu\nu} \Delta x^\mu \Delta x^\nu$ é definido fisicamente em termos de relógios e réguas
- Na RR é possível encontrar um referencial inercial no qual todos os relógios tem a mesma taxa de variação do tempo

Gravitação na relatividade restrita

Na RR o intervalo $\Delta s^2 = \eta_{\mu\nu} \Delta x^\mu \Delta x^\nu$ é definido fisicamente em termos de relógios e réguas

Na RR é possível encontrar um referencial inercial no qual todos os relógios tem a mesma taxa de variação do tempo

Num campo gravitacional isso deixa de ser verdade

Gravitação na relatividade restrita

Na RR o intervalo $\Delta s^2 = \eta_{\mu\nu}\Delta x^\mu \Delta x^\nu$ é definido fisicamente em termos de relógios e réguas

Na RR é possível encontrar um referencial inercial no qual todos os relógios tem a mesma taxa de variação do tempo

Num campo gravitacional isso deixa de ser verdade

Partícula de massa m é largada no topo da torre de altura h

Atinge o solo com velocidade $v = \sqrt{2gh}$
Energia no solo $E = m + \frac{1}{2}mv^2 + \cdots = m + mgh + \ldots$

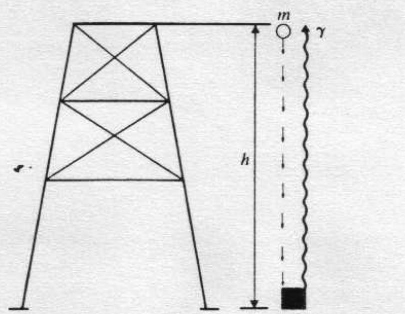


Fig. 5.1 A mass *m* is dropped from a tower of height *h*. The total mass at the bottom is converted into energy and returned to the top as a photon. Perpetual motion will be performed unless the photon loses as much energy in climbing as the mass gained in falling. Light is therefore redshifted as it climbs in a gravitational field.

Gravitação na relatividade restrita

Na RR o intervalo $\Delta s^2 = \eta_{\mu\nu}\Delta x^\mu \Delta x^\nu$ é definido fisicamente em termos de relógios e réguas

Na RR é possível encontrar um referencial inercial no qual todos os relógios tem a mesma taxa de variação do tempo

Num campo gravitacional isso deixa de ser verdade

Partícula de massa m é largada no topo da torre de altura h

Atinge o solo com velocidade $v = \sqrt{2gh}$
Energia no solo $E = m + \frac{1}{2}mv^2 + \cdots = m + mgh + \ldots$
Quando atinge o solo a partícula transforma-se num fóton que propaga-se para cima
Quando chega no topo da torre com energia E' transforma-se novamente numa partícula de massa $m' = E'$
A energia deve ser conservada portanto $E' = m' = m$

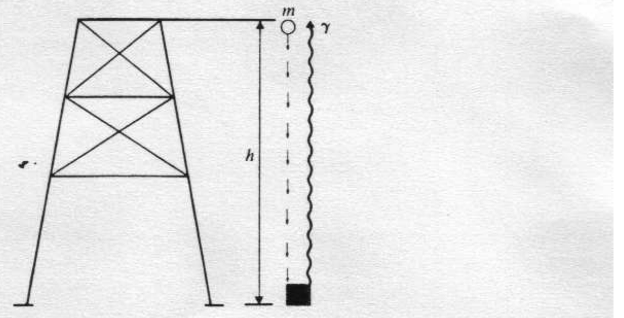


Fig. 5.1 A mass m is dropped from a tower of height h. The total mass at the bottom is converted into energy and returned to the top as a photon. Perpetual motion will be performed unless the photon loses as much energy in climbing as the mass gained in falling. Light is therefore redshifted as it climbs in a gravitational field.

Gravitação na relatividade restrita

Na RR o intervalo $\Delta s^2 = \eta_{\mu\nu}\Delta x^\mu \Delta x^\nu$ é definido fisicamente em termos de relógios e réguas

Na RR é possível encontrar um referencial inercial no qual todos os relógios tem a mesma taxa de variação do tempo

Num campo gravitacional isso deixa de ser verdade

Partícula de massa m é largada no topo da torre de altura h

Atinge o solo com velocidade $v = \sqrt{2gh}$
Energia no solo $E = m + \frac{1}{2}mv^2 + \cdots = m + mgh + \ldots$
Quando atinge o solo a partícula transforma-se num fóton que propaga-se para cima
Quando chega no topo da torre com energia E' transforma-se novamente numa partícula de massa $m' = E'$
A energia deve ser conservada portanto $E' = m' = m$

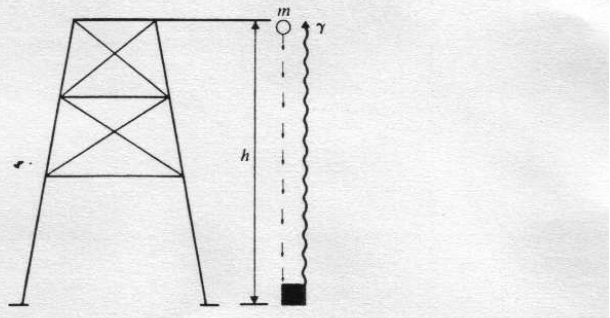


Fig. 5.1 A mass m is dropped from a tower of height h. The total mass at the bottom is converted into energy and returned to the top as a photon. Perpetual motion will be performed unless the photon loses as much energy in climbing as the mass gained in falling. Light is therefore redshifted as it climbs in a gravitational field.

$$\frac{E'}{E} = \frac{h\nu'}{h\nu} = \frac{m}{m + mgh + \ldots} = 1 - gh + \ldots$$

Gravitação na relatividade restrita

Na RR o intervalo $\Delta s^2 = \eta_{\mu\nu}\Delta x^\mu \Delta x^\nu$ é definido fisicamente em termos de relógios e réguas

Na RR é possível encontrar um referencial inercial no qual todos os relógios tem a mesma taxa de variação do tempo

Num campo gravitacional isso deixa de ser verdade

Partícula de massa m é largada no topo da torre de altura h

Atinge o solo com velocidade $v = \sqrt{2gh}$
Energia no solo $E = m + \frac{1}{2}mv^2 + \cdots = m + mgh + \ldots$
Quando atinge o solo a partícula transforma-se num fóton que propaga-se para cima
Quando chega no topo da torre com energia E' transforma-se novamente numa partícula de massa $m' = E'$
A energia deve ser conservada portanto $E' = m' = m$

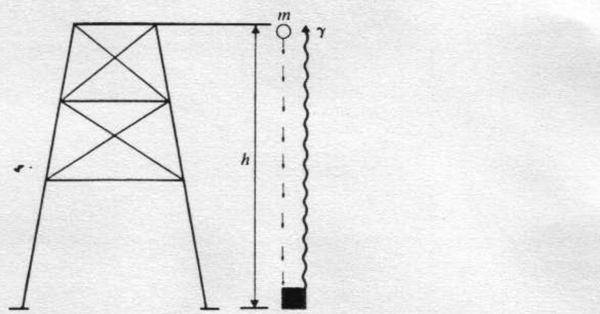


Fig. 5.1 A mass m is dropped from a tower of height h. The total mass at the bottom is converted into energy and returned to the top as a photon. Perpetual motion will be performed unless the photon loses as much energy in climbing as the mass gained in falling. Light is therefore redshifted as it climbs in a gravitational field.

$$\frac{E'}{E} = \frac{h\nu'}{h\nu} = \frac{m}{m + mgh + \ldots} = 1 - gh + \ldots$$

Portanto o fóton no caminho de volta perde energia e terá um redshift pois $\nu' < \nu$

O princípio da equivalência

Esse é o chamado redshift gravitacional e é verificado experimentalmente

O princípio da equivalência

Esse é o chamado redshift gravitacional e é verificado experimentalmente

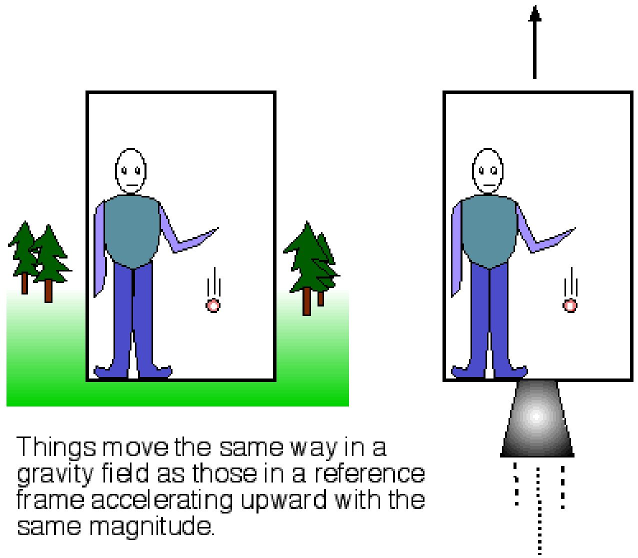
Portanto, o referencial ligado a Terra não é um referencial inercial pois os fótons (relógios) no campo gravitacional não medem o tempo com a mesma taxa de variação.

O princípio da equivalência

Esse é o chamado redshift gravitacional e é verificado experimentalmente

Portanto, o referencial ligado a Terra não é um referencial inercial pois os fótons (relógios) no campo gravitacional não medem o tempo com a mesma taxa de variação.

Um referencial acelerado simula um campo gravitacional uniforme



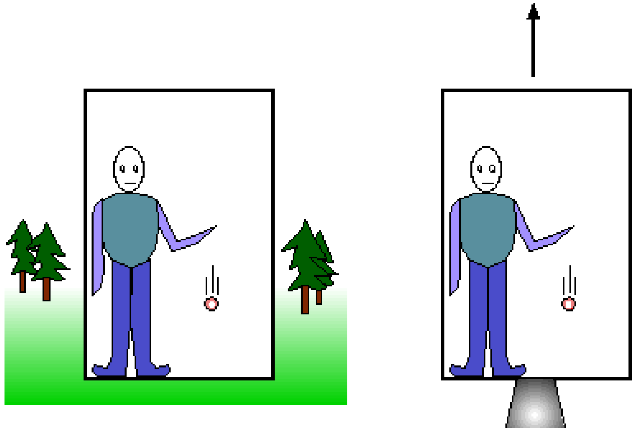
O princípio da equivalência

Esse é o chamado redshift gravitacional e é verificado experimentalmente

Portanto, o referencial ligado a Terra não é um referencial inercial pois os fótons (relógios) no campo gravitacional não medem o tempo com a mesma taxa de variação.

Um referencial acelerado simula um campo gravitacional uniforme

Princípio da Equivalência: campo gravitacional uniforme é localmente equivalente a um referencial acelerado uniformemente



Things move the same way in a gravity field as those in a reference frame accelerating upward with the same magnitude.

O princípio da equivalência

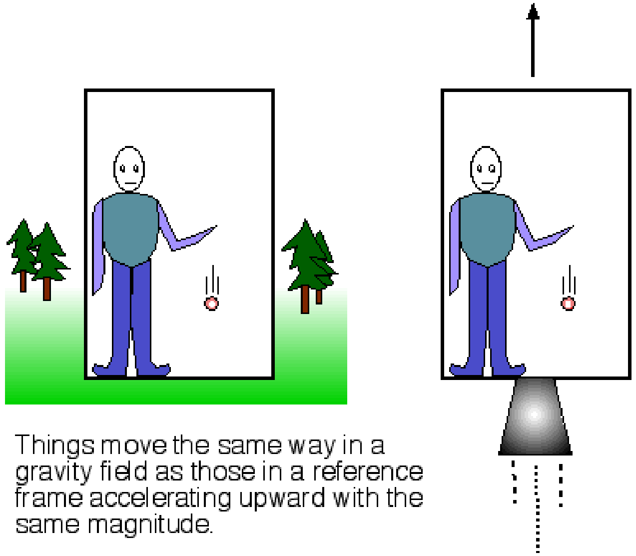
Esse é o chamado redshift gravitacional e é verificado experimentalmente

Portanto, o referencial ligado a Terra não é um referencial inercial pois os fótons (relógios) no campo gravitacional não medem o tempo com a mesma taxa de variação.

Um referencial acelerado simula um campo gravitacional uniforme

Princípio da Equivalência: campo gravitacional uniforme é localmente equivalente a um referencial acelerado uniformemente

A equivalência só é válida localmente



Things move the same way in a gravity field as those in a reference frame accelerating upward with the same magnitude.

Princípio da equivalência

Vamos reanalisar o redshift gravitacional num referencial em queda livre

Princípio da equivalência

Vamos reanalisar o redshift gravitacional num referencial em queda livre

O referencial está inicialmente em repouso quando o fóton começa a subir

O fóton percorre uma distância h no tempo $\Delta t = h, (c = 1)$

Nesse tempo o referencial adquire velocidade gh para baixo

A frequência do fóton no referencial em queda livre pode ser obtida pela fórmula do efeito Doppler $\frac{\nu'}{\nu} = \frac{1-v}{\sqrt{1-v^2}}$

$$\frac{\nu(\text{queda livre})}{\nu'(\text{topo})} = \frac{1+gh}{\sqrt{1-g^2h^2}} = 1 + gh + \ldots$$

Princípio da equivalência

Vamos reanalisar o redshift gravitacional num referencial em queda livre

O referencial está inicialmente em repouso quando o fóton começa a subir

O fóton percorre uma distância h no tempo $\Delta t = h, (c = 1)$

Nesse tempo o referencial adquire velocidade gh para baixo

A frequência do fóton no referencial em queda livre pode ser obtida pela fórmula do efeito Doppler $\frac{\nu'}{\nu} = \frac{1-v}{\sqrt{1-v^2}}$

$$\frac{\nu(\text{queda livre})}{\nu'(\text{topo})} = \frac{1+gh}{\sqrt{1-g^2h^2}} = 1 + gh + \ldots$$

Portanto, no referencial em queda livre

$$\frac{\nu(\text{base})}{\nu'(\text{topo})} = (1-gh)(1+gh) = 1 + \ldots$$

E não há redshift no referencial em queda livre!

Geometria do espaço-tempo

Portanto um referencial em queda livre é um referencial inercial

Isso é válido localmente. Não existe globalmente um sistema inercial em queda livre se o campo gravitacional não for uniforme

Geometria do espaço-tempo

Portanto um referencial em queda livre é um referencial inercial

Isso é válido localmente. Não existe globalmente um sistema inercial em queda livre se o campo gravitacional não for uniforme

Sistemas inerciais são construídos com base nas trajetórias das partículas livres

Geometria do espaço-tempo

Portanto um referencial em queda livre é um referencial inercial

Isso é válido localmente. Não existe globalmente um sistema inercial em queda livre se o campo gravitacional não for uniforme

Sistemas inerciais são construídos com base nas trajetórias das partículas livres

Na relatividade restrita devemos considerar trajetórias no espaço-tempo. Trajetórias paralelas continuam paralelas em qualquer direção. Espaço de Minkowski.

Geometria do espaço-tempo

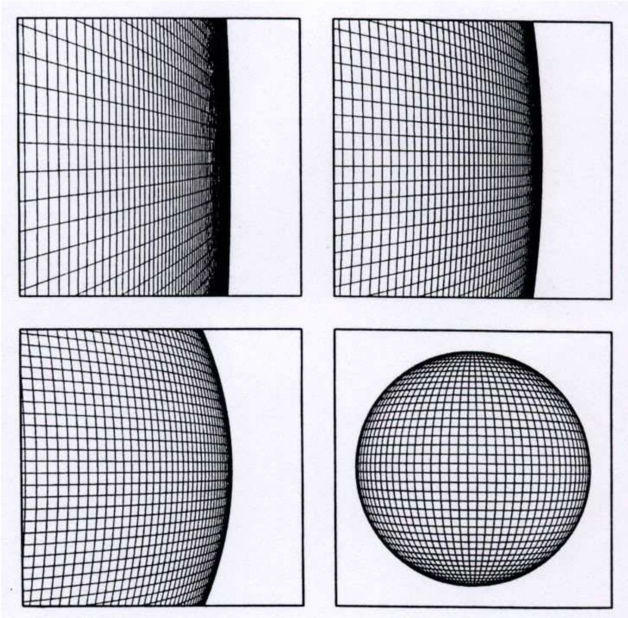
Portanto um referencial em queda livre é um referencial inercial

Isso é válido localmente. Não existe globalmente um sistema inercial em queda livre se o campo gravitacional não for uniforme

Sistemas inerciais são construídos com base nas trajetórias das partículas livres

Na relatividade restrita devemos considerar trajetórias no espaço-tempo. Trajetórias paralelas continuam paralelas em qualquer direção. Espaço de Minkowski.

Num campo gravitacional não uniforme as trajetórias que são inicialmente paralelas deixam de ser paralelas
Isso dá origem à Geometria Riemanniana para espaços curvos.



Geometria do espaço-tempo

Portanto um referencial em queda livre é um referencial inercial

Isso é válido localmente. Não existe globalmente um sistema inercial em queda livre se o campo gravitacional não for uniforme

Sistemas inerciais são construídos com base nas trajetórias das partículas livres

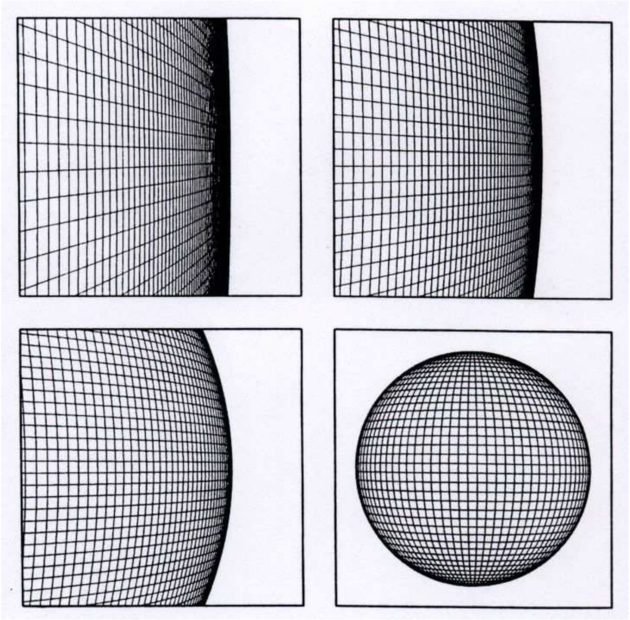
Na relatividade restrita devemos considerar trajetórias no espaço-tempo. Trajetórias paralelas continuam paralelas em qualquer direção. Espaço de Minkowski.

Num campo gravitacional não uniforme as trajetórias que são inicialmente paralelas deixam de ser paralelas

Isso dá origem à Geometria Riemanniana para espaços curvos.

Espaços curvos são localmente planos

Portanto, o espaço-tempo curvo representa o efeito da gravitação na trajetória das partículas



Espaços Riemannianos

Podemos estudar um espaço curvo como imerso num espaço externo maior: geometria extrínsica

Espaços Riemannianos

Podemos estudar um espaço curvo como imerso num espaço externo maior: geometria extrínsica

P. ex. a superfície de uma esfera descrita com 3 coordenadas (x, y, z)

Podemos estudar o espaço curvo sem fazer referência à um espaço externo: geometria intrínsica

P. ex. a superfície de uma esfera descrita com 2 coordenadas (θ, ϕ)

Espaços Riemannianos

Podemos estudar um espaço curvo como imerso num espaço externo maior: geometria extrínsica

P. ex. a superfície de uma esfera descrita com 3 coordenadas (x, y, z)

Podemos estudar o espaço curvo sem fazer referência à um espaço externo: geometria intrínsica

P. ex. a superfície de uma esfera descrita com 2 coordenadas (θ, ϕ)

Usa-se a geometria intrínsica

Usa-se o cálculo tensorial

O tensor métrico $g_{\mu\nu}$ caracteriza o espaço completamente

Espaços Riemannianos

Podemos estudar um espaço curvo como imerso num espaço externo maior: geometria extrínsica

P. ex. a superfície de uma esfera descrita com 3 coordenadas (x, y, z)

Podemos estudar o espaço curvo sem fazer referência à um espaço externo: geometria intrínsica

P. ex. a superfície de uma esfera descrita com 2 coordenadas (θ, ϕ)

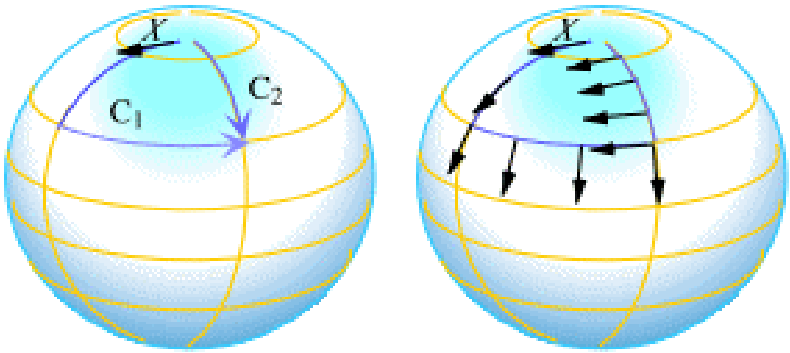
Usa-se a geometria intrínsica

Usa-se o cálculo tensorial

O tensor métrico $g_{\mu\nu}$ caracteriza o espaço completamente

Objetos geométricos como o tensor de Riemann $R_{\mu\nu\rho}{}^{\sigma}$ medem a curvatura do espaço

$$\delta V^{\mu} = \delta x^{\rho} \delta x^{\sigma} \; R_{\rho\lambda\sigma}{}^{\mu} \; V^{\lambda}$$



Espaços Riemannianos

Podemos estudar um espaço curvo como imerso num espaço externo maior: geometria extrínsica

P. ex. a superfície de uma esfera descrita com 3 coordenadas (x, y, z)

Podemos estudar o espaço curvo sem fazer referência à um espaço externo: geometria intrínsica

P. ex. a superfície de uma esfera descrita com 2 coordenadas (θ, ϕ)

Usa-se a geometria intrínsica

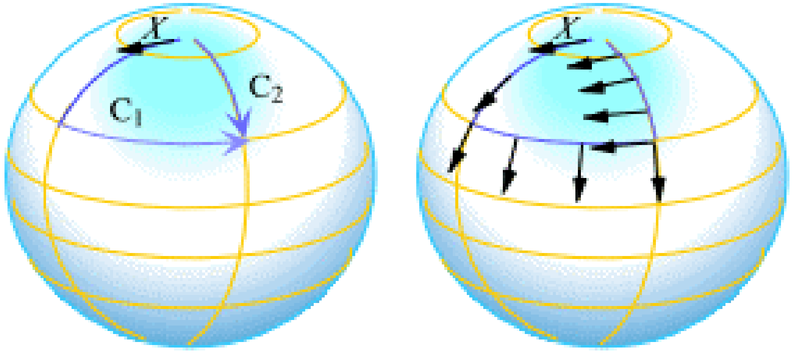
Usa-se o cálculo tensorial

O tensor métrico $g_{\mu\nu}$ caracteriza o espaço completamente

Objetos geométricos como o tensor de Riemann $R_{\mu\nu\rho}{}^{\sigma}$ medem a curvatura do espaço

$$\delta V^{\mu} = \delta x^{\rho} \delta x^{\sigma} \; R_{\rho\lambda\sigma}{}^{\mu} \; V^{\lambda}$$

O tensor de Riemann é escrito como derivadas de $g_{\mu\nu}$ e sua inversa



Relatividade Geral

Espaço-tempo é um espaço Riemanniano com 4 dimensões e com uma métrica

Relatividade Geral

Espaço-tempo é um espaço Riemanniano com 4 dimensões e com uma métrica

Métrica é utilizada para medir intervalos no espaço-tempo $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$

Relatividade Geral

Espaço-tempo é um espaço Riemanniano com 4 dimensões e com uma métrica

Métrica é utilizada para medir intervalos no espaço-tempo $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$

Métrica $g_{\mu\nu}$ pode ser escolhida, num ponto, por uma transformação de coordenadas apropriada, como a métrica de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$: princípio da equivalência

Relatividade Geral

Espaço-tempo é um espaço Riemanniano com 4 dimensões e com uma métrica

Métrica é utilizada para medir intervalos no espaço-tempo $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$

Métrica $g_{\mu\nu}$ pode ser escolhida, num ponto, por uma transformação de coordenadas apropriada, como a métrica de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$: princípio da equivalência

Partículas movem-se em geodésicas no espaço-tempo

Relatividade Geral

Espaço-tempo é um espaço Riemanniano com 4 dimensões e com uma métrica

Métrica é utilizada para medir intervalos no espaço-tempo $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$

Métrica $g_{\mu\nu}$ pode ser escolhida, num ponto, por uma transformação de coordenadas apropriada, como a métrica de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$: princípio da equivalência

Partículas movem-se em geodésicas no espaço-tempo

Princípio da Covariância: Qualquer lei física que pode ser expressa em notação tensorial na relatividade restrita tem exatamente a mesma forma num sistema localmente inercial no espaço-tempo curvo.

Relatividade Geral

Espaço-tempo é um espaço Riemanniano com 4 dimensões e com uma métrica

Métrica é utilizada para medir intervalos no espaço-tempo $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$

Métrica $g_{\mu\nu}$ pode ser escolhida, num ponto, por uma transformação de coordenadas apropriada, como a métrica de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$: princípio da equivalência

Partículas movem-se em geodésicas no espaço-tempo

Princípio da Covariância: Qualquer lei física que pode ser expressa em notação tensorial na relatividade restrita tem exatamente a mesma forma num sistema localmente inercial no espaço-tempo curvo.

Equações de Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$$

onde $R_{\mu\nu} = R_{\mu\rho\nu}{}^{\rho}, \quad R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}, \quad \Lambda$ é a constante cosmológica e $T_{\mu\nu}$ é o tensor energia-momento que representa a matéria contida no espaço-tempo.

Relatividade Geral

Espaço-tempo é um espaço Riemanniano com 4 dimensões e com uma métrica

Métrica é utilizada para medir intervalos no espaço-tempo $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$

Métrica $g_{\mu\nu}$ pode ser escolhida, num ponto, por uma transformação de coordenadas apropriada, como a métrica de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$: princípio da equivalência

Partículas movem-se em geodésicas no espaço-tempo

Princípio da Covariância: Qualquer lei física que pode ser expressa em notação tensorial na relatividade restrita tem exatamente a mesma forma num sistema localmente inercial no espaço-tempo curvo.

Equações de Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$$

onde $R_{\mu\nu} = R_{\mu\rho\nu}{}^{\rho}, \quad R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}, \quad \Lambda$ é a constante cosmológica e $T_{\mu\nu}$ é o tensor energia-momento que representa a matéria contida no espaço-tempo.

As eqs. de Einstein generalizam a eq. para o potencial gravitacional Newtoniano

Relatividade Geral

Espaço-tempo é um espaço Riemanniano com 4 dimensões e com uma métrica

Métrica é utilizada para medir intervalos no espaço-tempo $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$

Métrica $g_{\mu\nu}$ pode ser escolhida, num ponto, por uma transformação de coordenadas apropriada, como a métrica de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$: princípio da equivalência

Partículas movem-se em geodésicas no espaço-tempo

Princípio da Covariância: Qualquer lei física que pode ser expressa em notação tensorial na relatividade restrita tem exatamente a mesma forma num sistema localmente inercial no espaço-tempo curvo.

Equações de Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$$

onde $R_{\mu\nu} = R_{\mu\rho\nu}{}^{\rho}, \quad R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}, \quad \Lambda$ é a constante cosmológica e $T_{\mu\nu}$ é o tensor energia-momento que representa a matéria contida no espaço-tempo.

As eqs. de Einstein generalizam a eq. para o potencial gravitacional Newtoniano

Não há sistema de coordenadas preferido pois está escrito em forma tensorial

Relatividade Geral

Espaço-tempo é um espaço Riemanniano com 4 dimensões e com uma métrica

Métrica é utilizada para medir intervalos no espaço-tempo $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$

Métrica $g_{\mu\nu}$ pode ser escolhida, num ponto, por uma transformação de coordenadas apropriada, como a métrica de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$: princípio da equivalência

Partículas movem-se em geodésicas no espaço-tempo

Princípio da Covariância: Qualquer lei física que pode ser expressa em notação tensorial na relatividade restrita tem exatamente a mesma forma num sistema localmente inercial no espaço-tempo curvo.

Equações de Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$$

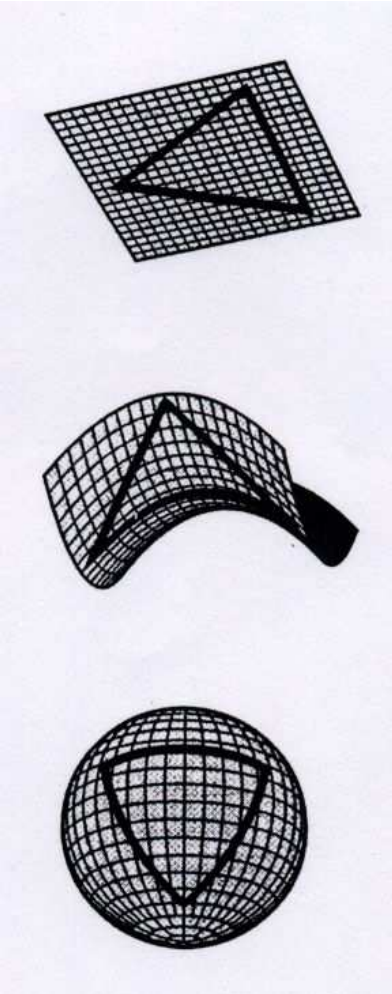
onde $R_{\mu\nu} = R_{\mu\rho\nu}{}^{\rho}, \quad R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}, \quad \Lambda$ é a constante cosmológica e $T_{\mu\nu}$ é o tensor energia-momento que representa a matéria contida no espaço-tempo.

As eqs. de Einstein generalizam a eq. para o potencial gravitacional Newtoniano

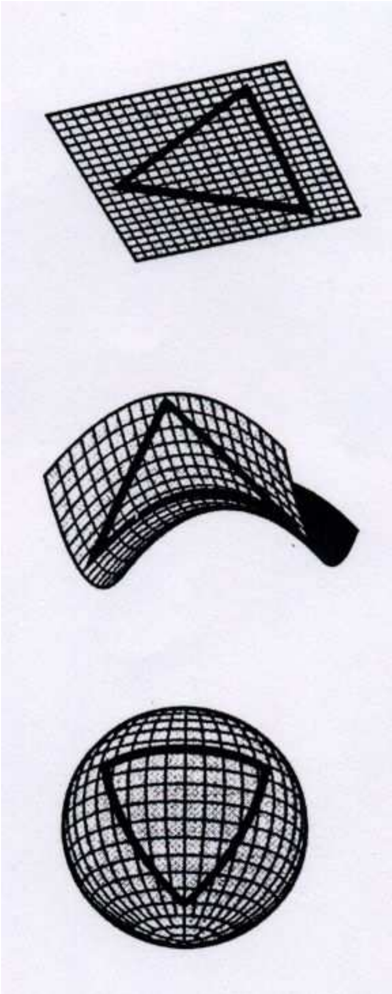
Não há sistema de coordenadas preferido pois está escrito em forma tensorial

São 10 eqs. para 10 incógnitas, a métrica $g_{\mu\nu}$

Resumo



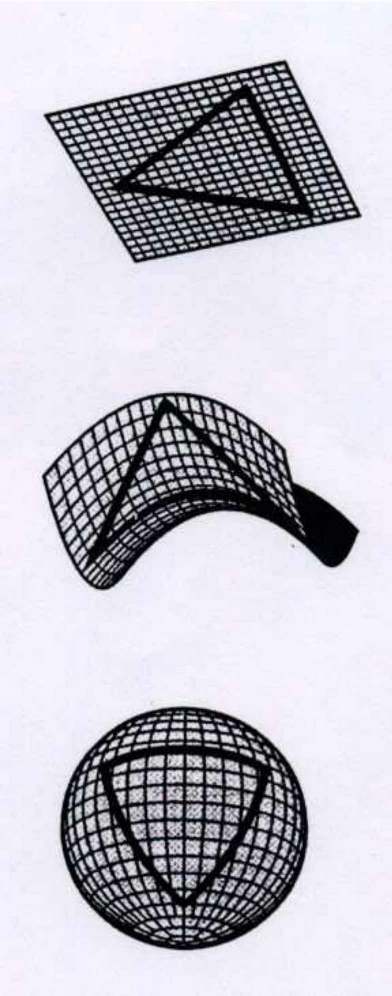
Resumo



- Plano: comprimento infinitesimal

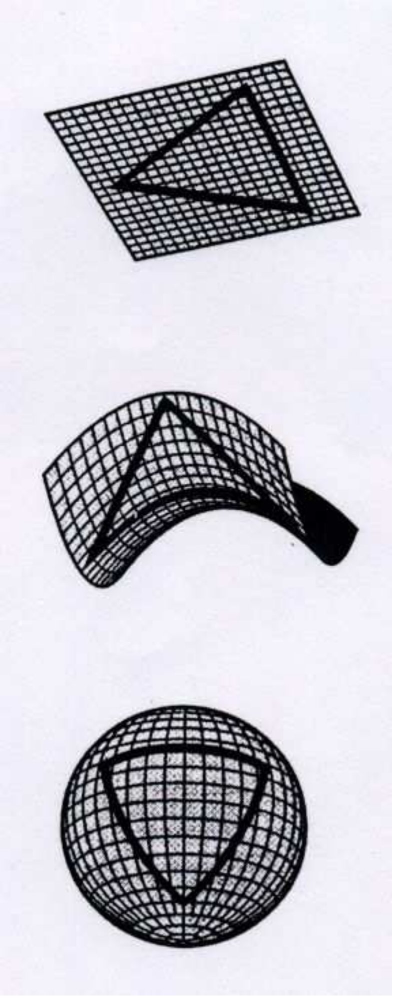
  $ds^2 = dx^2 + dy^2$

Resumo



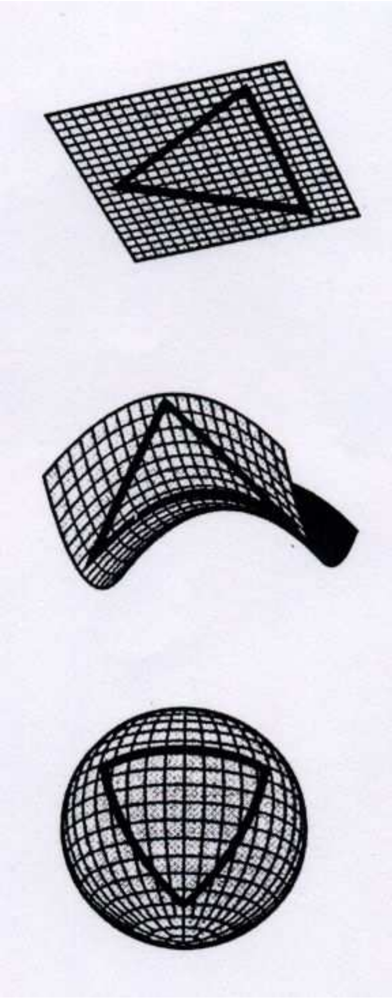
- Plano: comprimento infinitesimal
  $ds^2 = dx^2 + dy^2$
- Esfera: comprimento infinitesimal
  $ds^2 = d\theta^2 + sin^2\theta d\phi^2$

Resumo



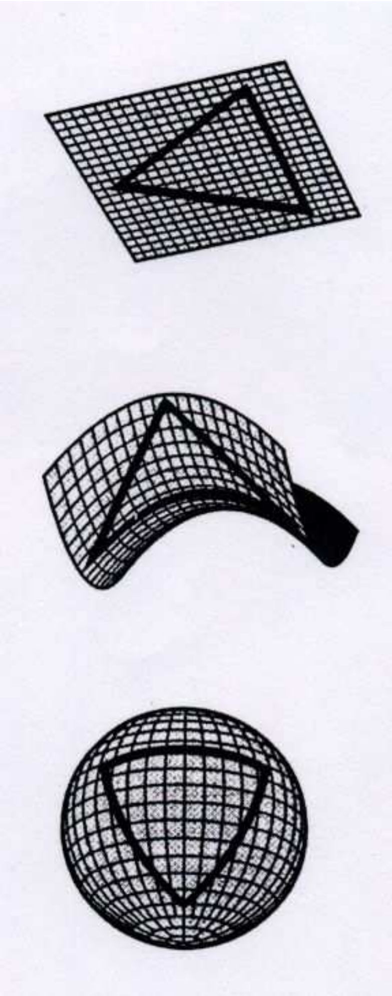
- Plano: comprimento infinitesimal
  $ds^2 = dx^2 + dy^2$
- Esfera: comprimento infinitesimal
  $ds^2 = d\theta^2 + sin^2\theta d\phi^2$
- Superfície curva geral:
  $ds^2 = \sum_{i,j=1}^{2} g_{ij} dx^i dx^j$
- g_{ij} é a métrica do espaço curvo

Resumo



- Plano: comprimento infinitesimal
  $ds^2 = dx^2 + dy^2$
- Esfera: comprimento infinitesimal
  $ds^2 = d\theta^2 + sin^2\theta d\phi^2$
- Superfície curva geral:
  $ds^2 = \sum_{i,j=1}^{2} g_{ij} dx^i dx^j$
- g_{ij} é a métrica do espaço curvo
- Relatividade restrita:
  $ds^2 = -(dx^0)^2 + (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2$

Resumo



- Plano: comprimento infinitesimal
  $ds^2 = dx^2 + dy^2$
- Esfera: comprimento infinitesimal
  $ds^2 = d\theta^2 + sin^2\theta d\phi^2$
- Superfície curva geral:
  $ds^2 = \sum_{i,j=1}^{2} g_{ij} dx^i dx^j$
- g_{ij} é a métrica do espaço curvo
- Relatividade restrita:
  $ds^2 = -(dx^0)^2 + (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2$
- Relatividade geral:
  $ds^2 = \sum_{\mu,\nu=0}^{3} g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$
- $g_{\mu\nu}$ é a métrica do ESPAÇO-TEMPO
- Eqs. de Einstein: $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = T_{\mu\nu}$