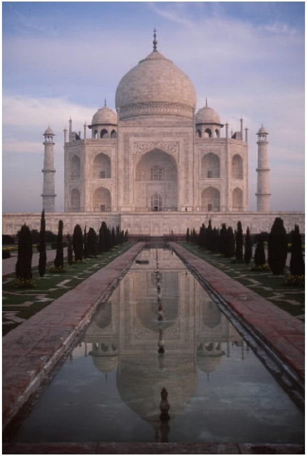
O que é Supersimetria?

Victor O. Rivelles

Instituto de Física
Universidade de São Paulo
e-mail:rivelles@fma.if.usp.br
http://www.fma.if.usp.br/~rivelles

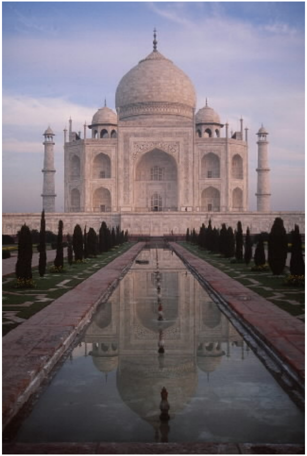
Convite à Física – 11/08/10

Simetria



- Senso impreciso de harmonia, beleza ou perfeição.

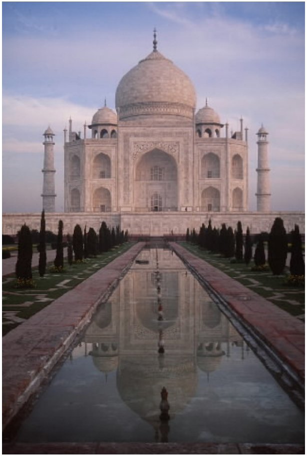
Simetria



- Senso impreciso de harmonia, beleza ou perfeição.

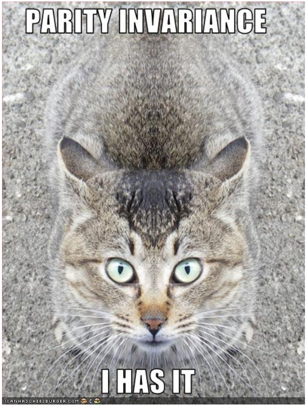
- Ou mais precisamente através de relações espaciais como rotações e reflexões.

Simetria



- Senso impreciso de harmonia, beleza ou perfeição.
- Ou mais precisamente através de relações espaciais como rotações e reflexões.
- É a base para a compreensão profunda de vários aspectos da física moderna, incluindo o espaço e o tempo.

Reflexão



Rotações Discretas

Rotações Discretas

- $C_6 = \{g^0, g^1, g^2, g^3, g^4, g^5\}$, g^0 é a identidade e $g^6 = g^0$.

Rotações Discretas

- $C_6 = \{g^0, g^1, g^2, g^3, g^4, g^5\}$, g^0 é a identidade e $g^6 = g^0$.
- Um grupo é um conjunto G munido de uma operação $\cdot$ que associa a dois elementos de G, a e b, outro elemento de G denotado $a \cdot b$, com as seguintes propriedades:
  - Associatividade: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
  - Elemento identidade e: $e \cdot a = a \cdot e = a$
  - Elemento inverso de a denotado a^{-1}: $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = e$

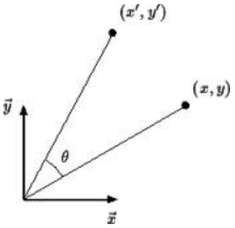
Rotações Discretas

- $C_6 = \{g^0, g^1, g^2, g^3, g^4, g^5\}$, g^0 é a identidade e $g^6 = g^0$.
- Um grupo é um conjunto G munido de uma operação $\cdot$ que associa a dois elementos de G, a e b, outro elemento de G denotado $a \cdot b$, com as seguintes propriedades:
  - Associatividade: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
  - Elemento identidade e: $e \cdot a = a \cdot e = a$
  - Elemento inverso de a denotado a^{-1}: $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = e$
- C_6: grupo cíclico de ordem 6.

Rotações Discretas

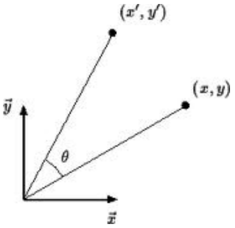
- $C_6 = \{g^0, g^1, g^2, g^3, g^4, g^5\}$, g^0 é a identidade e $g^6 = g^0$.
- Um grupo é um conjunto G munido de uma operação $\cdot$ que associa a dois elementos de G, a e b, outro elemento de G denotado $a \cdot b$, com as seguintes propriedades:
  - Associatividade: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
  - Elemento identidade e: $e \cdot a = a \cdot e = a$
  - Elemento inverso de a denotado a^{-1}: $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = e$
- C_6: grupo cíclico de ordem 6.
- O grupo cíclico por ser generalizado para C_n: rotações de $2\pi/n$.
- Podemos também considerar rotações contínuas.

Rotações Contínuas em 2D



$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta$$
$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta$$

Rotações Contínuas em 2D

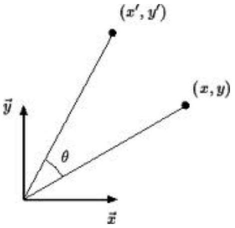


$$
\begin{aligned}
x' &= x\cos\theta - y\sin\theta \\
y' &= x\sin\theta + y\cos\theta
\end{aligned}
$$

- Forma matricial

$$
\mathcal{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad \mathcal{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \mathcal{X}' = \mathcal{R}\mathcal{X} \tag{1}
$$

Rotações Contínuas em 2D



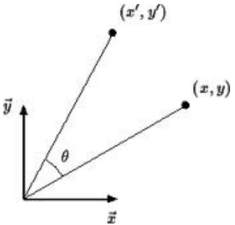
$$x' = x \cos\theta - y \sin\theta$$
$$y' = x \sin\theta + y \cos\theta$$

- Forma matricial

$$\mathcal{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad \mathcal{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \mathcal{X}' = \mathcal{R}\mathcal{X} \qquad (1)$$

- Existe um número infinito de matrizes de rotação: uma para cada valor de θ. O grupo de rotações em 2 dimensões tem um número infinito de elementos.

Rotações Contínuas em 2D



$$x' = x\cos\theta - y\sin\theta$$
$$y' = x\sin\theta + y\cos\theta$$

- Forma matricial

$$\mathcal{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad \mathcal{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \mathcal{X}' = \mathcal{R}\mathcal{X} \tag{1}$$

- Existe um número infinito de matrizes de rotação: uma para cada valor de θ. O grupo de rotações em 2 dimensões tem um número infinito de elementos.
- As matrizes $R(\theta)$ são ortogonais ($\mathcal{R}\mathcal{R}^t = 1$) e possuem determinante 1. São denotadas por $SO(2)$ e formam um grupo.

Rotações em 3 Dimensões

- Podemos compor uma rotação em 3 dimensões como uma combinação de rotações ao redor dos eixos x, y e z: $R_x(\theta_x)$, $R_y(\theta_y)$, $R_z(\theta_z)$.

Rotações em 3 Dimensões

- Podemos compor uma rotação em 3 dimensões como uma combinação de rotações ao redor dos eixos x, y e z: $R_x(\theta_x)$, $R_y(\theta_y)$, $R_z(\theta_z)$.
- As matrizes agora são 3×3, ortogonais e de determinante 1: formam o grupo $SO(3)$.

Rotações em 3 Dimensões

- Podemos compor uma rotação em 3 dimensões como uma combinação de rotações ao redor dos eixos x, y e z: $R_x(\theta_x)$, $R_y(\theta_y)$, $R_z(\theta_z)$.
- As matrizes agora são 3×3, ortogonais e de determinante 1: formam o grupo $SO(3)$.
- Qualquer rotação infinitesimal pode ser escrita como uma combinação linear dos 3 geradores mais a identidade:

$$J_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad J_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad J_3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

Rotações em 3 Dimensões

- Podemos compor uma rotação em 3 dimensões como uma combinação de rotações ao redor dos eixos x, y e z: $R_x(\theta_x)$, $R_y(\theta_y)$, $R_z(\theta_z)$.
- As matrizes agora são 3×3, ortogonais e de determinante 1: formam o grupo $SO(3)$.
- Qualquer rotação infinitesimal pode ser escrita como uma combinação linear dos 3 geradores mais a identidade:

$$J_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad J_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad J_3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

- A ordem é importante: as rotações não são comutativas!

Rotações em 3 Dimensões

- Podemos compor uma rotação em 3 dimensões como uma combinação de rotações ao redor dos eixos x, y e z: $R_x(\theta_x)$, $R_y(\theta_y)$, $R_z(\theta_z)$.
- As matrizes agora são 3×3, ortogonais e de determinante 1: formam o grupo $SO(3)$.
- Qualquer rotação infinitesimal pode ser escrita como uma combinação linear dos 3 geradores mais a identidade:

$$J_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad J_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad J_3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

- A ordem é importante: as rotações não são comutativas!
- Como as rotações não comutam podemos trabalhar os comutadores dos geradores: $[A, B] = AB - BA$

$$[J_1, J_2] = J_3, \quad [J_1, J_3] = -J_2, \quad [J_2, J_3] = J_1 \tag{3}$$

Os geradores podem ser escritos como $J_i, (i = 1, 2, 3)$ e os comutadores como $[J_i, J_j] = \epsilon_{ijk} J_k$ com $\epsilon_{123} = 1, \epsilon_{132} = -1$, etc.

Rotações em 3 Dimensões

- Podemos compor uma rotação em 3 dimensões como uma combinação de rotações ao redor dos eixos x, y e z: $R_x(\theta_x)$, $R_y(\theta_y)$, $R_z(\theta_z)$.
- As matrizes agora são 3×3, ortogonais e de determinante 1: formam o grupo $SO(3)$.
- Qualquer rotação infinitesimal pode ser escrita como uma combinação linear dos 3 geradores mais a identidade:

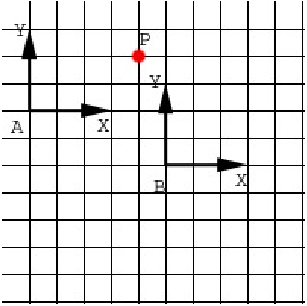
$$J_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad J_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad J_3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

- A ordem é importante: as rotações não são comutativas!
- Como as rotações não comutam podemos trabalhar os comutadores dos geradores: $[A, B] = AB - BA$

$$[J_1, J_2] = J_3, \quad [J_1, J_3] = -J_2, \quad [J_2, J_3] = J_1 \tag{3}$$

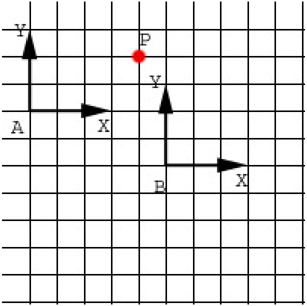
  Os geradores podem ser escritos como J_i, $(i = 1, 2, 3)$ e os comutadores como $[J_i, J_j] = \epsilon_{ijk} J_k$ com $\epsilon_{123} = 1, \epsilon_{132} = -1$, etc.
- Todas as propriedades das rotações em 3 dimensões estão embutidas no comutador acima.

Translação



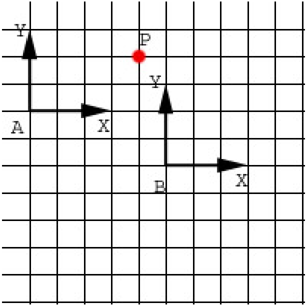
- A física não depende da origem do sistema de coordenadas (e nem da origem do tempo)!

Translação



- A física não depende da origem do sistema de coordenadas (e nem da origem do tempo)!
- Translação $\vec{x}' = \vec{x} + \vec{x}_0$.
- O gerador de translação infinitesimal é $P_i, i = 1, 2, 3$.
- Como as translações comutam $[P_i, P_j] = 0$.

Translação



- A física não depende da origem do sistema de coordenadas (e nem da origem do tempo)!
- Translação $\vec{x}' = \vec{x} + \vec{x}_0$.
- O gerador de translação infinitesimal é $P_i, i = 1, 2, 3$.
- Como as translações comutam $[P_i, P_j] = 0$.
- Podemos incluir translações temporais $t' = t + t_0$ com gerador P_0, e $[P_0, P_i] = 0$.

Transformações de Lorentz

- Na relatividade restrita mudamos de referencial através de uma transformação de Lorentz.
- De forma análoga às rotações podemos considerar os geradores das transformações de Lorentz infinitesimais K_x, K_y, K_z ou $K_i, (i = 1, 2, 3)$: matrized 4×4

Transformações de Lorentz

- Na relatividade restrita mudamos de referencial através de uma transformação de Lorentz.
- De forma análoga às rotações podemos considerar os geradores das transformações de Lorentz infinitesimais K_x, K_y, K_z ou $K_i, (i = 1, 2, 3)$: matrized 4×4
- Eles possuem comutadores que geram rotações!

$$[K_i, K_j] = \epsilon_{ijk} J_k, \quad [K_i, J_j] = \epsilon_{ijk} K_k. \tag{4}$$

- As transformações de Lorentz NÃO formam um grupo!

Transformações de Lorentz

- Na relatividade restrita mudamos de referencial através de uma transformação de Lorentz.
- De forma análoga às rotações podemos considerar os geradores das transformações de Lorentz infinitesimais K_x, K_y, K_z ou $K_i, (i = 1, 2, 3)$: matrized 4×4
- Eles possuem comutadores que geram rotações!

$$[K_i, K_j] = \epsilon_{ijk} J_k, \quad [K_i, J_j] = \epsilon_{ijk} K_k. \tag{4}$$

- As transformações de Lorentz NÃO formam um grupo!
- Os geradores J_i e K_i formam o grupo de Lorentz.

Transformações de Lorentz

- Na relatividade restrita mudamos de referencial através de uma transformação de Lorentz.
- De forma análoga às rotações podemos considerar os geradores das transformações de Lorentz infinitesimais K_x, K_y, K_z ou $K_i, (i = 1, 2, 3)$: matrized 4×4
- Eles possuem comutadores que geram rotações!

$$[K_i, K_j] = \epsilon_{ijk} J_k, \quad [K_i, J_j] = \epsilon_{ijk} K_k. \tag{4}$$

- As transformações de Lorentz NÃO formam um grupo!
- Os geradores J_i e K_i formam o grupo de Lorentz.
- As rotações, transformações de Lorentz e translações espaciais e temporais formam o grupo de Poincaré. Numa notação compacta em que os geradores de rotação e Lorentz são denotados por $L_{\mu\nu} = -L_{\nu\mu}$ e as translações por P_μ, com $\mu = 0, 1, 2, 3$:

$$[P_\mu, P_\nu] = 0, \qquad [J_{\mu\nu}, P_\lambda] = \eta_{\mu\lambda} P_\nu - \eta_{\nu\lambda} P_\mu, \tag{5}$$

$$[J_{\mu\nu}, J_{\lambda\rho}] = \eta_{\mu\lambda} J_{\nu\rho} + \ldots \tag{6}$$

- Estas são as simetrias do espaço-tempo na relatividade restrita.

Leis de Conservação

- As simetrias são importantes pois indicam a existência de leis de conservação pelo Teorema de Noether:

Leis de Conservação

- As simetrias são importantes pois indicam a existência de leis de conservação pelo Teorema de Noether:

  Traslação no tempo: ENERGIA

Leis de Conservação

- As simetrias são importantes pois indicam a existência de leis de conservação pelo Teorema de Noether:

  Traslação no tempo: ENERGIA

  Translação no espaço (homogeneidade): MOMENTO LINEAR

Leis de Conservação

- As simetrias são importantes pois indicam a existência de leis de conservação pelo Teorema de Noether:

  Traslação no tempo: ENERGIA

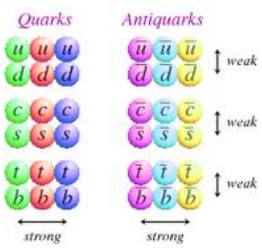
  Translação no espaço (homogeneidade): MOMENTO LINEAR

  Rotações do espaço (isotropia): MOMENTO ANGULAR

  ...

Simetrias Internas

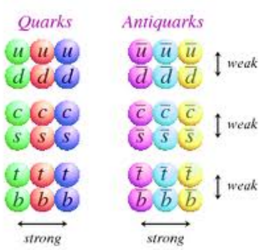
- Além das simetrias do espaço-tempo as partículas elementares possuem simetrias internas que são independentes do espaço-tempo:



Simetrias Internas

- Além das simetrias do espaço-tempo as partículas elementares possuem simetrias internas que são independentes do espaço-tempo:

  CARGA ELÉTRICA: U(1), grupo das matrizes 1×1 unitárias ($UU^{\dagger} = 1$)

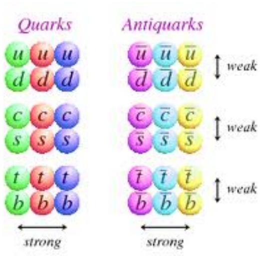


Simetrias Internas

- Além das simetrias do espaço-tempo as partículas elementares possuem simetrias internas que são independentes do espaço-tempo:

  CARGA ELÉTRICA: U(1), grupo das matrizes 1×1 unitárias ($UU^{\dagger} = 1$)

  ISOSPIN: SU(2), grupo das matriz 2×2 unitárias com determinante 1



Simetrias Internas

- Além das simetrias do espaço-tempo as partículas elementares possuem simetrias internas que são independentes do espaço-tempo:

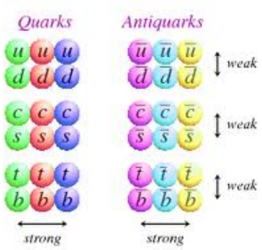
  CARGA ELÉTRICA: U(1), grupo das matrizes 1×1 unitárias ($UU^\dagger = 1$)

  ISOSPIN: SU(2), grupo das matriz 2×2 unitárias com determinante 1

  COR: SU(3)

  SABOR: SU(3)

  ...



Teorema de Coleman-Mandula

- Simetrias do espaço-tempo: grupo de Poincaré e simetrias internas: $U(1)$, $SU(3)$, ...

Teorema de Coleman-Mandula

- Simetrias do espaço-tempo: grupo de Poincaré e simetrias internas: $U(1)$, $SU(3)$, ...
- As simetrias internas não podem ser unificadas com as simetrias do espaço-tempo: TEOREMA DE COLEMAN-MANDULA. Os geradores do grupo de Poincaré comutam com os geradores das simetrias internas.

Supersimetria

- As partículas elementares possuem spin:
  - inteiro $\rightarrow$ BÓSONS: fóton, glúons, $W^{\pm}$, W^{0}, $s = 1$
  - semi-inteiro $\rightarrow$ FÉRMIONS: elétron, quarks, neutrinos, $s = 1/2$

Supersimetria

- As partículas elementares possuem spin:
  - inteiro $\rightarrow$ BÓSONS: fóton, glúons, $W^{\pm}$, W^0, $s = 1$
  - semi-inteiro $\rightarrow$ FÉRMIONS: elétron, quarks, neutrinos, $s = 1/2$
- Os bósons são descritos por variáveis reais.
- Os férmions são descritos por variáveis de Grassmann: $\theta_1\theta_2 = -\theta_2\theta_1$. São nilpotentes: $\theta^2 = 0$. São objetos que anti-comutam (os números reais comutam). Essa é a razão da estatística de Fermi-Dirac e do princípio de exclusão de Pauli!

Supersimetria

- As partículas elementares possuem spin:
  - inteiro $\rightarrow$ BÓSONS: fóton, glúons, $W^{\pm}$, W^0, $s = 1$
  - semi-inteiro $\rightarrow$ FÉRMIONS: elétron, quarks, neutrinos, $s = 1/2$
- Os bósons são descritos por variáveis reais.
- Os férmions são descritos por variáveis de Grassmann: $\theta_1\theta_2 = -\theta_2\theta_1$. São nilpotentes: $\theta^2 = 0$. São objetos que anti-comutam (os números reais comutam). Essa é a razão da estatística de Fermi-Dirac e do princípio de exclusão de Pauli!
- É possível estender o grupo de Poincaré usando variáveis de Grassmann!

Supersimetria

- As partículas elementares possuem spin:
  - inteiro $\rightarrow$ BÓSONS: fóton, glúons, $W^{\pm}$, W^0, $s = 1$
  - semi-inteiro $\rightarrow$ FÉRMIONS: elétron, quarks, neutrinos, $s = 1/2$
- Os bósons são descritos por variáveis reais.
- Os férmions são descritos por variáveis de Grassmann: $\theta_1\theta_2 = -\theta_2\theta_1$. São nilpotentes: $\theta^2 = 0$. São objetos que anti-comutam (os números reais comutam). Essa é a razão da estatística de Fermi-Dirac e do princípio de exclusão de Pauli!
- É possível estender o grupo de Poincaré usando variáveis de Grassmann!
- Geradores da supersimetria são variáveis de Grassmann: $Q_\alpha, \quad (\alpha = 1, \ldots, 4)$ e satisfazem relações de ANTI-COMUTAÇÃO $\{A, B\} = AB + BA$ dadas por:

$$\{Q_\alpha, Q_\beta\} = (\gamma^\mu)_{\alpha\beta} P_\mu, \quad [J_{\mu\nu}, Q_\alpha] = (\gamma_{\mu\nu})_{\alpha\beta} Q_\beta \quad [P_\mu, Q_\alpha] = 0 \qquad (7)$$

onde γ^μ são matrizes de Dirac.

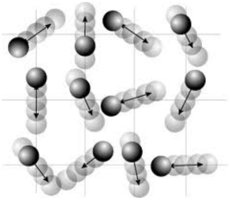
Supersimetria

- As partículas elementares possuem spin:
  - inteiro $\rightarrow$ BÓSONS: fóton, glúons, $W^{\pm}$, W^0, $s = 1$
  - semi-inteiro $\rightarrow$ FÉRMIONS: elétron, quarks, neutrinos, $s = 1/2$
- Os bósons são descritos por variáveis reais.
- Os férmions são descritos por variáveis de Grassmann: $\theta_1\theta_2 = -\theta_2\theta_1$. São nilpotentes: $\theta^2 = 0$. São objetos que anti-comutam (os números reais comutam). Essa é a razão da estatística de Fermi-Dirac e do princípio de exclusão de Pauli!
- É possível estender o grupo de Poincaré usando variáveis de Grassmann!
- Geradores da supersimetria são variáveis de Grassmann: $Q_\alpha, \quad (\alpha = 1, \ldots, 4)$ e satisfazem relações de ANTI-COMUTAÇÃO $\{A, B\} = AB + BA$ dadas por:

$$\{Q_\alpha, Q_\beta\} = (\gamma^\mu)_{\alpha\beta} P_\mu, \quad [J_{\mu\nu}, Q_\alpha] = (\gamma_{\mu\nu})_{\alpha\beta} Q_\beta \quad [P_\mu, Q_\alpha] = 0 \qquad (7)$$

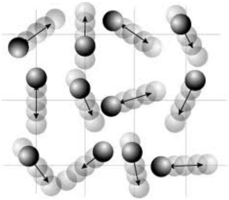
  onde γ^μ são matrizes de Dirac.
- A supersimetria foi descoberta independentemente em 1971 por Golfand e Likhtman, e em 1974 por Wess e Zumino.

Propriedades da Supersimetria



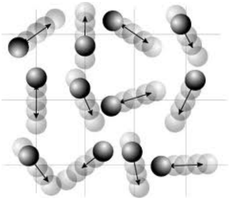
- Modelo simples de uma teoria quântica de campos: um oscilador harmônico em cada ponto do espaço com energia $E_i = n_i + 1/2$. Ausência de partícula $n_i = 0$, presença da partícula: $n_i \neq 0$.

Propriedades da Supersimetria



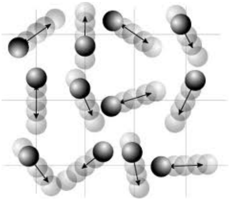
- Modelo simples de uma teoria quântica de campos: um oscilador harmônico em cada ponto do espaço com energia $E_i = n_i + 1/2$. Ausência de partícula $n_i = 0$, presença da partícula: $n_i \neq 0$.
- Vácuo: como temos um número infinito de osciladores a energia total do vácuo é divergente: $E_v = \sum_i E_i \to \infty$.

Propriedades da Supersimetria



- Modelo simples de uma teoria quântica de campos: um oscilador harmônico em cada ponto do espaço com energia $E_i = n_i + 1/2$. Ausência de partícula $n_i = 0$, presença da partícula: $n_i \neq 0$.
- Vácuo: como temos um número infinito de osciladores a energia total do vácuo é divergente: $E_v = \sum_i E_i \to \infty$.
- Apenas diferenças de energia são medidas: $E_r = E - E_v$. RENORMALIZAÇÃO é o procedimento para a remoção das divergências ultra-violetas nas teorias quânticas de campos.

Propriedades da Supersimetria



- Modelo simples de uma teoria quântica de campos: um oscilador harmônico em cada ponto do espaço com energia $E_i = n_i + 1/2$. Ausência de partícula $n_i = 0$, presença da partícula: $n_i \neq 0$.
- Vácuo: como temos um número infinito de osciladores a energia total do vácuo é divergente: $E_v = \sum_i E_i \to \infty$.
- Apenas diferenças de energia são medidas: $E_r = E - E_v$. RENORMALIZAÇÃO é o procedimento para a remoção das divergências ultra-violetas nas teorias quânticas de campos.
- Teorias nas quais se pode aplicar a renormalização são chamadas de teorias renormalizáveis.
  - Renormalizável: eletrodinâmica quântica, teoria eletro-fraca, cromodinâmica quântica (modelo padrão das partículas elementares)
  - Não renormalizável: relatividade geral

Renormalização

- Oscilador harmônico ordinário: $[a, a^\dagger] = 1 \qquad [a, a] = [a^\dagger, a^\dagger] = 0$, estado de vácuo $|0>, \quad a|0>= 0$, onde a é operador de aniquilação.

Renormalização

- Oscilador harmônico ordinário: $[a, a^\dagger] = 1 \qquad [a, a] = [a^\dagger, a^\dagger] = 0$, estado de vácuo $|0>, \quad a|0>= 0$, onde a é operador de aniquilação.
- Operadores de criação e aniquilação Grassmannianos $b^\dagger$ e b: anti-comutador: $\{b, b^\dagger\} = 1, \qquad \{b, b\} = \{b^\dagger, b^\dagger\} = 0$.
- Oscilador harmônico supersimétrico.

Renormalização

- Oscilador harmônico ordinário: $[a, a^\dagger] = 1 \qquad [a, a] = [a^\dagger, a^\dagger] = 0$, estado de vácuo $|0>, \quad a|0>= 0$, onde a é operador de aniquilação.
- Operadores de criação e aniquilação Grassmannianos $b^\dagger$ e b: anti-comutador: $\{b, b^\dagger\} = 1, \qquad \{b, b\} = \{b^\dagger, b^\dagger\} = 0$.
- Oscilador harmônico supersimétrico.
- Gerador de supersimetria $Q = a^\dagger b, \qquad Q^\dagger = b^\dagger a$.
- Álgebra de supersimetria: $\{Q, Q^\dagger\} = H$
- Hamiltoniana: $H = a^\dagger a + b^\dagger b = (a^\dagger a + 1/2) + (b^\dagger b - 1/2)$
- A energia de ponto zero é cancelada!

Renormalização

- Oscilador harmônico ordinário: $[a, a^\dagger] = 1 \qquad [a, a] = [a^\dagger, a^\dagger] = 0$, estado de vácuo $|0>$, $\quad a|0>= 0$, onde a é operador de aniquilação.
- Operadores de criação e aniquilação Grassmannianos $b^\dagger$ e b: anti-comutador: $\{b, b^\dagger\} = 1, \qquad \{b, b\} = \{b^\dagger, b^\dagger\} = 0.$
- Oscilador harmônico supersimétrico.
- Gerador de supersimetria $Q = a^\dagger b, \qquad Q^\dagger = b^\dagger a.$
- Álgebra de supersimetria: $\{Q, Q^\dagger\} = H$
- Hamiltoniana: $H = a^\dagger a + b^\dagger b = (a^\dagger a + 1/2) + (b^\dagger b - 1/2)$
- A energia de ponto zero é cancelada!
- Na teoria quântica de campos supersimétrica a energia do vácuo é sempre nula!
- A TEORIA DE CAMPOS SUPERSIMÉTRICA POSSUI MENOS DIVERGÊNCIAS!

Renormalização

- Oscilador harmônico ordinário: $[a, a^\dagger] = 1 \qquad [a, a] = [a^\dagger, a^\dagger] = 0$, estado de vácuo $|0>$, $\quad a|0>= 0$, onde a é operador de aniquilação.
- Operadores de criação e aniquilação Grassmannianos $b^\dagger$ e b: anti-comutador: $\{b, b^\dagger\} = 1, \qquad \{b, b\} = \{b^\dagger, b^\dagger\} = 0$.
- Oscilador harmônico supersimétrico.
- Gerador de supersimetria $Q = a^\dagger b, \qquad Q^\dagger = b^\dagger a$.
- Álgebra de supersimetria: $\{Q, Q^\dagger\} = H$
- Hamiltoniana: $H = a^\dagger a + b^\dagger b = (a^\dagger a + 1/2) + (b^\dagger b - 1/2)$
- A energia de ponto zero é cancelada!
- Na teoria quântica de campos supersimétrica a energia do vácuo é sempre nula!
- A TEORIA DE CAMPOS SUPERSIMÉTRICA POSSUI MENOS DIVERGÊNCIAS!
- No modelo padrão das partículas elementares a massa do Higgs é extremamente grande devido às divergências: problema da HIERARQUIA.
- A supersimetria reduz a massa do Higgs: cancelamento de divergências.

Renormalização

- Oscilador harmônico ordinário: $[a, a^\dagger] = 1 \qquad [a, a] = [a^\dagger, a^\dagger] = 0$, estado de vácuo $|0>$, $\quad a|0>= 0$, onde a é operador de aniquilação.
- Operadores de criação e aniquilação Grassmannianos $b^\dagger$ e b: anti-comutador: $\{b, b^\dagger\} = 1, \qquad \{b, b\} = \{b^\dagger, b^\dagger\} = 0.$
- Oscilador harmônico supersimétrico.
- Gerador de supersimetria $Q = a^\dagger b, \qquad Q^\dagger = b^\dagger a.$
- Álgebra de supersimetria: $\{Q, Q^\dagger\} = H$
- Hamiltoniana: $H = a^\dagger a + b^\dagger b = (a^\dagger a + 1/2) + (b^\dagger b - 1/2)$
- A energia de ponto zero é cancelada!
- Na teoria quântica de campos supersimétrica a energia do vácuo é sempre nula!
- A TEORIA DE CAMPOS SUPERSIMÉTRICA POSSUI MENOS DIVERGÊNCIAS!
- No modelo padrão das partículas elementares a massa do Higgs é extremamente grande devido às divergências: problema da HIERARQUIA.
- A supersimetria reduz a massa do Higgs: cancelamento de divergências.
- Esperança de que alguma teoria de gravitação supersimétrica, a SUPERGRAVIDADE, possam ser renormalizável! Gravitação quântica.
- Existe uma teoria de supergravidade?

Renormalização

- Oscilador harmônico ordinário: $[a, a^\dagger] = 1 \qquad [a, a] = [a^\dagger, a^\dagger] = 0$, estado de vácuo $|0>, \quad a|0>= 0$, onde a é operador de aniquilação.
- Operadores de criação e aniquilação Grassmannianos $b^\dagger$ e b: anti-comutador: $\{b, b^\dagger\} = 1, \qquad \{b, b\} = \{b^\dagger, b^\dagger\} = 0$.
- Oscilador harmônico supersimétrico.
- Gerador de supersimetria $Q = a^\dagger b, \qquad Q^\dagger = b^\dagger a$.
- Álgebra de supersimetria: $\{Q, Q^\dagger\} = H$
- Hamiltoniana: $H = a^\dagger a + b^\dagger b = (a^\dagger a + 1/2) + (b^\dagger b - 1/2)$
- A energia de ponto zero é cancelada!
- Na teoria quântica de campos supersimétrica a energia do vácuo é sempre nula!
- A TEORIA DE CAMPOS SUPERSIMÉTRICA POSSUI MENOS DIVERGÊNCIAS!
- No modelo padrão das partículas elementares a massa do Higgs é extremamente grande devido às divergências: problema da HIERARQUIA.
- A supersimetria reduz a massa do Higgs: cancelamento de divergências.
- Esperança de que alguma teoria de gravitação supersimétrica, a SUPERGRAVIDADE, possam ser renormalizável! Gravitação quântica.
- Existe uma teoria de supergravidade?
- Teoria de super-cordas: teoria de cordas com supersimetria

Bósons e Férmions

- Número de estados bosônicos e fermiônicos:

$$\begin{array}{ccc} \textit{boson} & \textit{fermion} & \textit{energia} \\ a^\dagger|0> & b^\dagger|0> & 1 \\ (a^\dagger)^2|0> & a^\dagger b^\dagger|0> & 2 \\ (a^\dagger)^3|0> & (a^\dagger)^2 b^\dagger|0> & 3 \\ \cdots & \cdots & \end{array} \tag{8}$$

Bósons e Férmions

- Número de estados bosônicos e fermiônicos:

$$\begin{array}{ccc} \textit{boson} & \textit{fermion} & \textit{energia} \\ a^\dagger|0> & b^\dagger|0> & 1 \\ (a^\dagger)^2|0> & a^\dagger b^\dagger|0> & 2 \\ (a^\dagger)^3|0> & (a^\dagger)^2 b^\dagger|0> & 3 \\ \cdots & \cdots & \end{array} \tag{8}$$

- Número de estados BOSÔNICOS = número de estados FERMIÔNICOS !
- A energia de cada par de estados é a mesma!

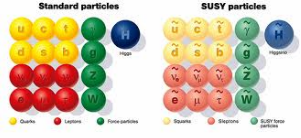
Bósons e Férmions

- Número de estados bosônicos e fermiônicos:

$$\begin{array}{ccc} \textit{boson} & \textit{fermion} & \textit{energia} \\ a^\dagger|0> & b^\dagger|0> & 1 \\ (a^\dagger)^2|0> & a^\dagger b^\dagger|0> & 2 \\ (a^\dagger)^3|0> & (a^\dagger)^2 b^\dagger|0> & 3 \\ \cdots & \cdots & \end{array} \tag{8}$$

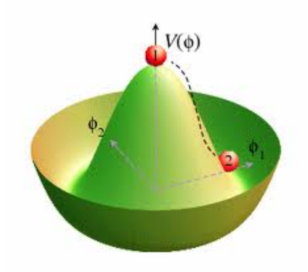
- Número de estados BOSÔNICOS = número de estados FERMIÔNICOS !
- A energia de cada par de estados é a mesma!
- Isso significa que cada partícula elementar tem um companheiro supersimétrico com a mesma massa mas com spin diferente:

- fóton s=1 $\rightarrow$ fotino s=1/2
- elétron s=1/2 $\rightarrow$ seletron s=0
- quark s=1/2 $\rightarrow$ squark s=0
- glúon s=1 $\rightarrow$ gluino s=1/2
- ...
- Onde estão eles?



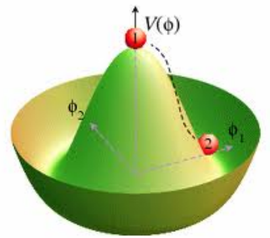
title

Quebra da Supersimetria



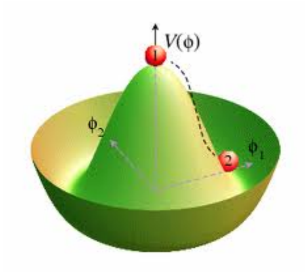
- Um sistema pode ter uma simetria (p. ex., rotacional) mas a evolução do sistema pode quebrar a simetria: quebra espontânea de simetria.

Quebra da Supersimetria



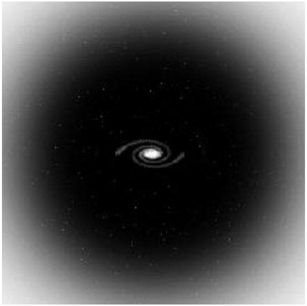
- Um sistema pode ter uma simetria (p. ex., rotacional) mas a evolução do sistema pode quebrar a simetria: quebra espontânea de simetria.
- Se tivermos um vácuo que não é supersimétrico então os companheiros supersimétricos têm massas diferentes.
- É possível construir extensões supersimétricas do modelo padrão das partículas elementares no qual as massas dos companheiros supersimétricos é muito grande (da ordem de TeV).
- Podem ser encontradas no LHC!

Quebra da Supersimetria



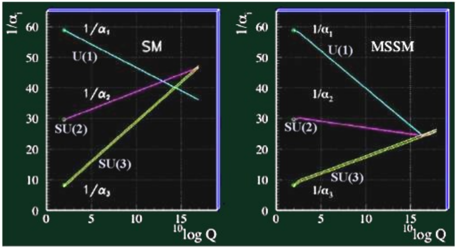
- Um sistema pode ter uma simetria (p. ex., rotacional) mas a evolução do sistema pode quebrar a simetria: quebra espontânea de simetria.
- Se tivermos um vácuo que não é supersimétrico então os companheiros supersimétricos têm massas diferentes.
- É possível construir extensões supersimétricas do modelo padrão das partículas elementares no qual as massas dos companheiros supersimétricos é muito grande (da ordem de TeV).
- Podem ser encontradas no LHC!
- Não existe um mecanismo natural para a quebra de supersimetria. Existem outras propostas como quebra dinâmica da supersimetria.

Matéria Escura



- Problema da MATÉRIA ESCURA: 23% do conteúdo do Universo.
- A partícula supersimétrica mais leve e que é estável, como o NEUTRALINO, poderia ser a MATÉRIA ESCURA. Pode ser produzida no LHC!

Unificação



- As constantes de acoplamento das interações fundamentais dependem da escala de energia. A supersimetria leva a uma unificação à altas energias 10^{13} TeV.

Super-espaço

- Qual o significado geométrico da supersimetria?

Super-espaço

- Qual o significado geométrico da supersimetria?
- P_μ é o gerador de translações: $x'^\mu = x^\mu + a^\mu$.
- Q_α é o gerador de translações nas variáveis Grassmannianas: $\theta'_\alpha = \theta_\alpha + \psi_\alpha$
- SUPER-ESPAÇO com coordenadas (x^μ, θ_α).

Super-espaço

- Qual o significado geométrico da supersimetria?
- P_μ é o gerador de translações: $x'^\mu = x^\mu + a^\mu$.
- Q_α é o gerador de translações nas variáveis Grassmannianas: $\theta'_\alpha = \theta_\alpha + \psi_\alpha$
- SUPER-ESPAÇO com coordenadas (x^μ, θ_α).
- No super-espaço a supersimetria é naturalmente formulada com SUPER-CAMPOS: $\Phi(x, \theta) = \Phi(x) + \Psi^\alpha \theta_\alpha + ... + \theta^4 D(x)$

Super-espaço

- Qual o significado geométrico da supersimetria?
- P_μ é o gerador de translações: $x'^\mu = x^\mu + a^\mu$.
- Q_α é o gerador de translações nas variáveis Grassmannianas: $\theta'_\alpha = \theta_\alpha + \psi_\alpha$
- SUPER-ESPAÇO com coordenadas (x^μ, θ_α).
- No super-espaço a supersimetria é naturalmente formulada com SUPER-CAMPOS: $\Phi(x,\theta) = \Phi(x) + \Psi^\alpha \theta_\alpha + ... + \theta^4 D(x)$
- A descoberta da supersimetria implica numa mudança de paradigma: vivemos num SUPER-ESPAÇO!
- Dimensões extras Grassmannianas!

Sumário: O que é supersimetria?

- Estende as simetrias do espaço-tempo.

Sumário: O que é supersimetria?

- Estende as simetrias do espaço-tempo.
- Possui menos divergências: suaviza os problemas de renormalização das teorias quânticas de campo $\rightarrow$ resolve o problema da hierarquia.

Sumário: O que é supersimetria?

- Estende as simetrias do espaço-tempo.
- Possui menos divergências: suaviza os problemas de renormalização das teorias quânticas de campo $\rightarrow$ resolve o problema da hierarquia.
- Prevê a existência de companheiros supersimétricos para todas as partículas elementares, de mesma massa mas com spin maior ou menor de 1/2 unidade.
- Qual o mecanismo de quebra da supersimetria?

Sumário: O que é supersimetria?

- Estende as simetrias do espaço-tempo.
- Possui menos divergências: suaviza os problemas de renormalização das teorias quânticas de campo $\rightarrow$ resolve o problema da hierarquia.
- Prevê a existência de companheiros supersimétricos para todas as partículas elementares, de mesma massa mas com spin maior ou menor de 1/2 unidade.
- Qual o mecanismo de quebra da supersimetria?
- Fornece um candidato à matéria escura: neutralino.

Sumário: O que é supersimetria?

- Estende as simetrias do espaço-tempo.
- Possui menos divergências: suaviza os problemas de renormalização das teorias quânticas de campo $\rightarrow$ resolve o problema da hierarquia.
- Prevê a existência de companheiros supersimétricos para todas as partículas elementares, de mesma massa mas com spin maior ou menor de 1/2 unidade.
- Qual o mecanismo de quebra da supersimetria?
- Fornece um candidato à matéria escura: neutralino.
- Possibilita a unificação das forças fundamentais da natureza.

Sumário: O que é supersimetria?

- Estende as simetrias do espaço-tempo.
- Possui menos divergências: suaviza os problemas de renormalização das teorias quânticas de campo $\rightarrow$ resolve o problema da hierarquia.
- Prevê a existência de companheiros supersimétricos para todas as partículas elementares, de mesma massa mas com spin maior ou menor de 1/2 unidade.
- Qual o mecanismo de quebra da supersimetria?
- Fornece um candidato à matéria escura: neutralino.
- Possibilita a unificação das forças fundamentais da natureza.
- Existência de dimensões extras Grassmannianas.

Referências

TEORIA DE GRUPOS

- A. W. Joshi, Elements of Group Theory for Physicists (Wiley, 1978)
- W. Tung, Group Theory in Physics (World Scientific, 1985)

Referências

TEORIA DE GRUPOS

- A. W. Joshi, Elements of Group Theory for Physicists (Wiley, 1978)
- W. Tung, Group Theory in Physics (World Scientific, 1985)

SUPERSIMETRIA

- G. Kane, Supersymmetry (Perseus Publ., 2000)
- P. Labelle, Supersymmetry Demystified (McGraw-Hill, 2009)