Magnetostática ($\rho = 0$ e $c = 1$)

$$\begin{cases} \vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \end{cases} \xrightarrow[\rho = 0 \;\Rightarrow\; \vec{E} = 0]{\mu_0 = \frac{4\pi}{c} \;\Rightarrow\; \mu_0 = 4\pi} \begin{cases} \vec{\nabla}\times\vec{B} = 4\pi \vec{J} \\ \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \end{cases}$$

Sem excesso de Cargas

Equação da Continuidade

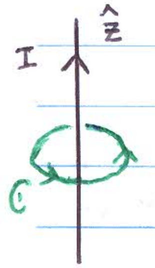
$$\vec{\nabla}\cdot\vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \xrightarrow{\rho = 0} \vec{\nabla}\cdot\vec{J} = 0$$ "Corrente Estacionária"

Lei de Ampère

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = 4\pi\vec{J} \Rightarrow \int_S \vec{\nabla}\times\vec{B}\cdot d\vec{s} = 4\pi \int_S \vec{J}\cdot d\vec{s} \Leftrightarrow \oint_{\partial S} \vec{B}\cdot d\vec{r} = 4\pi I_{env}$$

Exemplos

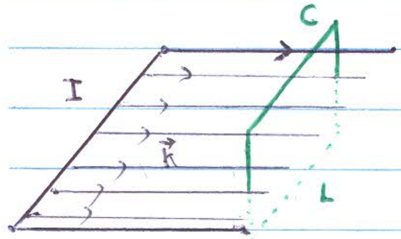
Ⓘ Fio Condutor Infinito



- Simetrias: $\vec{B} = B(\rho)\,\hat{\varphi}$
- Coordenadas: $\rho = x^2 + y^2$

$$\Rightarrow \oint_C \vec{B}\cdot d\vec{r} = 4\pi I \Rightarrow B(\rho)\cdot 2\pi\rho = 4\pi I \Leftrightarrow \vec{B}(\rho) = \frac{2I}{\rho}\hat{\varphi}$$

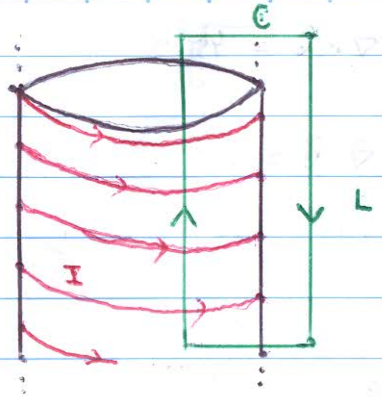
Ⓘⓘ Plano de Correntes



- Simetrias $\begin{cases} \vec{B} = B(z)\,\hat{x} \\ B(-z) = -B(z) \end{cases}$
- Coordenadas: $\vec{K} = K\hat{y} \Rightarrow I_{env} = KL$

$$\Rightarrow \oint_C \vec{B}\cdot d\vec{r} = 4\pi I_{env} \Rightarrow 2L\,B(z) = 4\pi K L \Leftrightarrow \vec{B}(z) = 2\pi K\hat{x}$$

III Solenoide



• Parte Externa:

$\vec{J} = \vec{0} \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = 0 \Rightarrow \frac{\partial B}{\partial \rho} = 0 \Rightarrow B(\rho) = cte$

como $\lim_{\rho \to \infty} B(\rho) = 0 \longrightarrow B(\rho) = 0 \Rightarrow \vec{B}_{ext} = \vec{0}$

• Parte Interna

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = 4\pi I_{enc} \Rightarrow B(\rho) \cdot L = 4\pi \cdot N I L$

• Simetria: $\vec{B} = B(\rho)\,\hat{z}$ $\Leftrightarrow$ $\vec{B}_{int}(\rho) = 4\pi N I\,\hat{z}$

Potencial Vetor ($\vec{A}$)

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{B} = 4\pi \vec{J} \\ \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \end{cases} \Rightarrow \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 4\pi \vec{J} \Leftrightarrow \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = 4\pi \vec{J}$$

• Transformação de Calibre

"não muda $\vec{\nabla} \times \vec{A}$"

$$\begin{cases} \vec{A} \to \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\Lambda \\ \text{tal que} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{A}' = 0 \end{cases}$$

Λ → campo escalar qualquer

$\vec{\nabla} \cdot \vec{A}' = 0$ → Calibre de Coulomb

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{A}' = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot (\vec{A} + \vec{\nabla}\Lambda) = \underbrace{\vec{\nabla} \cdot \vec{A}}_{\psi(x)} + \nabla^2 \Lambda = 0 \Leftrightarrow \nabla^2 \Lambda = -\psi(x)$$

Função de Green

$$\begin{cases} \nabla^2 \Lambda = -\psi(x) \\ \nabla^2 \vec{A}' = -4\pi \vec{J} \end{cases} \longrightarrow A_i(\vec{x}) = \int_V d^3x' \, \frac{J_i(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|}$$

Lei de Biot-Savart

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \Rightarrow \vec{B} = \vec{\nabla} \times \left(\int_V d^3x' \, \frac{J(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|} \right) \Leftrightarrow \vec{B} = \int_V d^3x' \, \frac{J(\vec{x}') \times (\vec{x} - \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|}$$