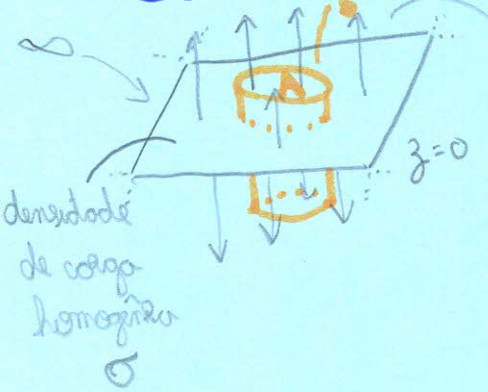
Eletromagnetismo - Aula 9

Obs: Passamos grande parte da aula Tirando dúvidas para a P1, então a aula foi reduzida.

→ Descontinuidades



$$\rightarrow \begin{cases} \vec{E} = E(z)\,\hat{z} & \text{(da simetria)} \\ E(z) = -E(z) \end{cases}$$

Aplicando a lei de Gauss usando o **CILINDRO S** como superfície:

$$\int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = E(z)A - E(-z)A =$$

$$= 2E(z)A = 4\pi\sigma A$$

$$\boxed{E(z) = 2\pi\sigma} \rightarrow \text{constante}$$

↓

O que faz sentido já que o plano é ∞.

Mas a questão mais interessante é Tratar a descontinuidade

$$\rightarrow E(z\to 0^+) - E(z\to 0^-) = 4\pi\sigma$$

$$\hat{n}\cdot\vec{E}\big|_+ - \hat{n}\cdot\vec{E}\big|_- = 4\pi\sigma$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int \vec{\nabla}\times\vec{E}\cdot d\vec{S} = 0$$

$$\hat{n}\times\vec{E}\big|_+ - \hat{n}\times\vec{E}\big|_- = 0$$

+ detalhes no capítulo 2.3.5 do Griffiths

AP1 VAI ATÉ AQUI!

→ Potencial Eletrostático

$$\begin{cases} \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 4\pi\rho \\ (\vec{\nabla}\times\vec{E}) = 0 \end{cases} \to \vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

→ Essa implicação depende da topologia do espaço

$$\underbrace{E_i = -\partial_i V}_{\text{usando isso}}$$

podemos reescrever isso

$$\boxed{\nabla^2 V = -4\pi\rho}$$ Equação de Poisson

Exemplo: Carga Puntiforme:

$$\boxed{\nabla^2 V = -4\pi Q\,\delta^3(\vec{x})}$$

↳ Comecemos tomando a Equação de Laplace: $\boxed{\nabla^2 V = 0}$

↳ As funções soluções são funções V harmônicas:

Vamos chutar $\boxed{V = \frac{\alpha}{r}}$ α constante ⇒

$$\Rightarrow \vec{\nabla} r = \hat{r} \qquad \vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{\hat{r}}{r^2} = -\frac{\vec{r}}{r^3}$$

$$\nabla V = -\frac{\alpha}{r^3}\vec{r} \Rightarrow \nabla^2 V = -\alpha\left(\frac{\vec{\nabla}\cdot\vec{r}}{r^3} - \frac{3\vec{r}\cdot\vec{r}}{r^5}\right) = 0$$

$$\begin{cases} \rho(\vec{x}) = Q\,\delta^3(\vec{x}) \\ \int_V d^3x\,\rho(\vec{x}) = Q \end{cases}$$

→ P/ carga puntiforme

$$\int_{S=\partial V} \vec{\nabla}V\cdot d\vec{S} = -4\pi Q \Rightarrow \alpha = Q \Rightarrow \boxed{V = \frac{Q}{r}}$$

$\rightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla} V = \frac{Q}{r^2}\hat{r}$

... O que acabamos de ver sem perceber é o exemplo + simples de uma coisa chamada Função de Green

→ Função de Green

→ É uma solução da equação

$$\boxed{\nabla^2 G(\vec{x},\vec{x}') = 4\pi\,\delta^3(\vec{x}-\vec{x}')}$$

$$\boxed{G(\vec{x},\vec{x}') = G(\vec{x}-\vec{x}') = \frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}'|}}$$

→ E qual a utilidade disso?

→ Dada $\rho(\vec{x}) \neq 0$ em um volume V temos:

$$\boxed{V(\vec{x}) = -4\pi \int_V d^3x'\, G(\vec{x},\vec{x}')\,\rho(\vec{x}')}$$

Potencial Elétrico

p/ $\vec{x} = (x,y,z)$

$$\boxed{V(\vec{x}) = \int_V d^3x' \frac{\rho(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}}$$

A função de Green também é chamada de Propagador, porque "propaga" o potencial a partir da fonte.