Aula de 07/11

*A maior parte da aula foi continuação da aula anterior, que eu perdi. Portanto, achei melhor deixar a aula anterior (31/10) e a primeira parte desta aula para os alunos que fizeram os outros resumos, já que eu poderia colocar informação errada ou incompleta.

→ Ondas no vácuo

No vácuo, as equações de Maxwell tomam a forma

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E}=0 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{B}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$
$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0 \qquad \vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

podemos encontrar a equação de onda para o campo elétrico derivando o rotacional do campo magnético em relação ao tempo, obtendo

$$\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla}\times\vec{B})=\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)\rightarrow \vec{\nabla}\times\left(\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}\right)=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$
$$\vec{\nabla}\times(-\vec{\nabla}\times\vec{E})=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Como $\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{E})=\vec{\nabla}(\overset{0}{\cancel{\vec{\nabla}\cdot\vec{E}}})-\vec{\nabla}^2\vec{E}$, temos

$$\vec{\nabla}^2\vec{E}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad \text{ou} \quad \vec{\nabla}^2\vec{E}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}=0$$

Analogamente com as outras duas equações de Maxwell, temos $\vec{\nabla}^2\vec{B}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}=0$

podemos analisar mais essa equação a partir de suas soluções.

Exemplo: $\vec{E}=(0, E(x,t), 0)$

Nesse caso, a equação de onda se reduz a $\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2}=0$, com solução geral na forma

$E(x,t)=f(x-ct)+g(x+ct)$ → se propaga para a esquerda

↳ se propaga para a direita

compatível com a solução $E=E_0\,\text{sen}\left(\omega\left(\frac{x}{c}-t\right)\right)=E_0\,\text{sen}(Kx-\omega t)$

sendo $K=\frac{2\pi}{\lambda}$ o número de onda, e $\omega=2\pi f$ a frequência angular

Aplicando essa solução na equação de onda, podemos obter a relação de dispersão $\omega^2=c^2K^2$

Para $\vec{B}$, usando $\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ no caso $\vec{B}=(0,0,B)$, temos que $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}=-\frac{\partial \vec{E}}{\partial x}=-KE_0\cos(Kx-\omega t)$

$$B=\frac{E_0}{c}\text{sen}(Kx-\omega t)$$

portanto, a amplitude B_0 se relaciona com E_0 por $B_0=\frac{E_0}{c}$

*a linearidade da equação de onda nos permite usar o princípio da superposição