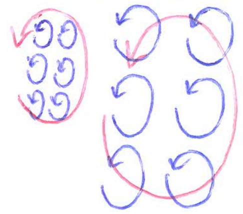
Aula de 14/11

→ Campos Magnéticos na Matéria

- momentos de dipolos magnéticos

fatores que geram: elétrons orbitando em volta dos núcleos → corrente
spin dos elétrons (momento angular intrínseco)

$$\underline{\vec{M}(\vec{r}) = n \cdot \langle \vec{m} \rangle}$$

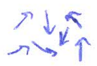


↓ É como assumir que os momentos de dipolos de uma região podem ser assumidos como um único maior (trocar os azuis do desenho pelos vermelhos)

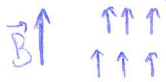
$\vec{m} = I A \hat{n}$ → normal à superfície do dipolo

$$\vec{A}^{(\ell=1)} = \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3} \rightarrow \vec{B} = \frac{3(\vec{m} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{m}}{r^3}$$

ausência de campo



com campo



$\vec{M} \propto \vec{B}$ (aproximação linear)

$$\vec{M} = \frac{1}{4\pi} \underbrace{\frac{\chi_m}{1+\chi_m}}_{\downarrow} \vec{B}$$

↳ Suscetibilidade Magnética

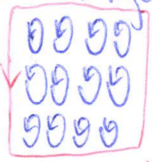
Esta forma de expressar o coeficiente fica clara no resto da aula *

$-1 < \chi_m < 0$ → diamagnetismo

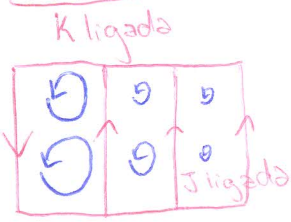
$\chi_m > 0$ → paramagnetismo

$\vec{M} \neq 0$ mesmo com $\vec{B} = \vec{0}$ → ferromagnetismo

correntes ligadas



como, no interior, podemos assumir que uma corrente é anulada pelas correntes vizinhas, resta apenas a corrente da ~~exterior~~ borda (vermelha)



$$\vec{J}_{ligada} \sim \vec{\nabla} \times \vec{M}(\vec{r})$$

Biot-Savart para o potencial

$$\vec{A}(\vec{r}) = \int_V d^3r' \frac{\vec{M}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$= \int_V d^3r' \vec{M}(\vec{r}) \times \vec{\nabla}' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) = \underbrace{-\int_S d\vec{s}' \times \frac{\vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}}_{K_{ligada} = \vec{M} \times \hat{n}} + \underbrace{\int_V d^3r' \frac{\vec{\nabla} \times \vec{M}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}}_{\text{devido a } \vec{J}_{ligada} = \vec{\nabla} \times \vec{M}}$$

Ampere: $\vec{\nabla} \times \vec{B} = 4\pi (\vec{J}_{livre} + \vec{J}_{ligado}) = 4\pi \vec{J}_{livre} + 4\pi \vec{\nabla} \times \vec{m}$

$$\vec{H} \equiv \frac{1}{4\pi} \vec{B} - \vec{M} \rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_{livre}$$

$\vec{B} = \mu \vec{H}$ (diamagnetos e paramagnetos)

↳ permeabilidade → $\mu = 4\pi (1 + \chi_m) \rightarrow \vec{M} = \chi_m \vec{H}$ *

Equações de Maxwell

$\vec{E} \to \vec{D}$
$\vec{B} \to \vec{H}$
$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{ligado} + \dfrac{\partial \rho_{ligado}}{\partial t} = 0 \\ \rho_{ligado} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} \end{cases}$, $\vec{J}_{ligado} = \vec{\nabla} \times \vec{M} + \dfrac{\partial \vec{P}}{\partial t}$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 4\pi \vec{J}_{livre} + 4\pi \underbrace{\vec{J}_{ligado}}_{\vec{\nabla} \times \vec{M} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}}$$

$$\downarrow$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J}_{livre}$$

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{livre} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\vec{\nabla} \cdot \vec{H} \text{ não necessariamente é igual a zero}) \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} - \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J}_{livre} \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{cases}$$

- Relações constitutivas (meios lineares)

$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ $\quad \vec{B} = \mu \vec{H}$

ε, μ não necessariamente são constantes

- Ondas em meios materiais

$\begin{pmatrix} \rho_{livre} = 0 \\ \vec{J}_{livre} = 0 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$
$\quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\rightarrow$ $\dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{E} = 0$, $\dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{H} = 0$

$v^2 = \dfrac{1}{\varepsilon \mu} < c^2$

$\downarrow$

aparente contradição, pois $\frac{1}{\varepsilon\mu}$ pode ser maior que 1. Será resolvido!

$n = \dfrac{c}{v} \geq 1$

$\downarrow$

índice de refração

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{x} - \omega t)}$$
$$\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{x} - \omega t)} \quad , \omega^2 = v^2 k^2$$

- Descontinuidades

$$\left.\begin{aligned} \hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) &= \sigma \\ \hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) &= 0 \\ \hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) &= 0 \\ \hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) &= \vec{K} \end{aligned}\right\}$$ Exercício: verificar essas relações