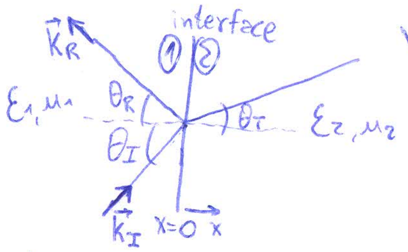
Aula de 17/11

Esta aula pode não ser abordada em listas. Se não for, também não será abordada na P3.

→ Reflexão e Refração

$V_1^2 = \dfrac{1}{\varepsilon_1 \mu_1}$



$V_2^2 = \dfrac{1}{\varepsilon_2 \mu_2}$

① e ② são dielétricos

$$\begin{cases} \vec{E}_{inc} = \vec{E}_I e^{i(\vec{K}_I \cdot \vec{x} - \omega_I t)} \\ \vec{K}_I = K_I \cos\theta_I \, \hat{x} + K_I \,\text{sen}\, \theta_I \, \hat{z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{E}_{ref} = \vec{E}_R e^{i(\vec{K}_R \cdot \vec{x} - \omega_R t)} \\ \vec{K}_R = -K_R \cos\theta_R \, \hat{x} + K_R \,\text{sen}\, \theta_R \, \hat{z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{E}_{trans} = \vec{E}_T e^{i(\vec{K}_T \cdot \vec{x} - \omega_T t)} \\ \vec{K}_T = K_T \cos\theta_T \, \hat{x} + K_T \,\text{sen}\, \theta_T \, \hat{z} \end{cases}$$

$x<0 : \vec{E} = \vec{E}_{inc} + \vec{E}_{ref}$

$x>0 : \vec{E} = \vec{E}_{trans}$

$\hat{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma = 0$

$\hat{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0$

$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0$

$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{K} = 0$

$\rightarrow \omega_I = \omega_R = \omega_T$

$x=0 \rightarrow \vec{K}_I \cdot \vec{x} = \vec{K}_R \cdot \vec{x} = \vec{K}_T \cdot \vec{x}$

$\rightarrow \vec{K}_I, \vec{K}_R, \vec{K}_T \in \hat{xz}$ plano

Componentes z iguais

$K_I \,\text{sen}\, \theta_I = K_R \,\text{sen}\, \theta_R = K_T \,\text{sen}\, \theta_T$

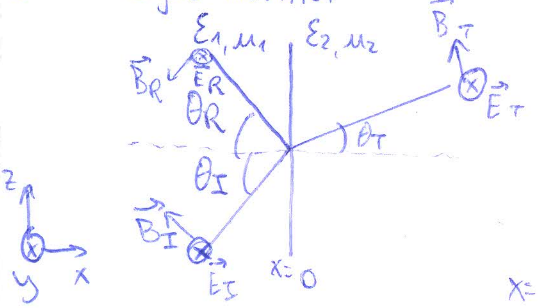
$\underline{\omega_I = v_1 K_I}$ $\quad \underline{\omega_R = v_1 K_R}$ $\quad \omega_T = v_2 K_T$

$\rightarrow K_I = K_R \rightarrow \theta_I = \theta_R$

$$\rightarrow \frac{\text{sen}\,\theta_I}{V_1} = \frac{\text{sen}\,\theta_T}{V_2} \rightarrow n_1 \,\text{sen}\, \theta_I = n_2 \,\text{sen}\, \theta_T$$

- Amplitudes

① Polarização Normal



$$\begin{cases} \vec{E}_I = E_I \hat{y} \\ \vec{E}_R = E_R \hat{y} \\ \vec{E}_T = E_T \hat{y} \end{cases}$$

→ polarização normal ao plano $\hat{xz}$, onde os K's estão

$x=0$: $\quad E_I + E_R = E_T$

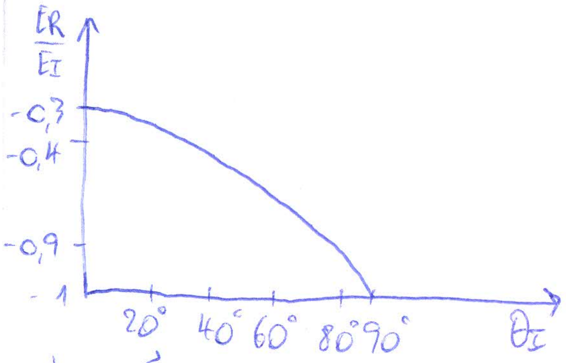
$\vec{B} = \dfrac{\vec{K} \times \vec{E}}{v} \rightarrow B_I \cos\theta_I - B_R \cos\theta_R = B_T \cos\theta_T$

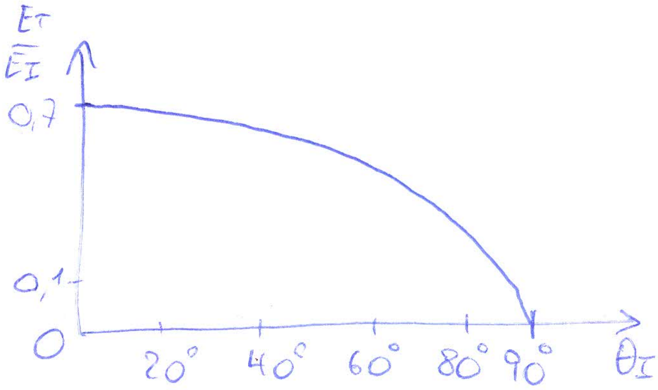
$$\frac{E_I - E_R}{V_1} \cos\theta_I = \frac{E_T \cos\theta_T}{V_2}$$

$$\boxed{\frac{E_R}{E_I} = \frac{n_1 \cos\theta_I - n_2 \cos\theta_T}{n_1 \cos\theta_I + n_2 \cos\theta_T} \qquad \frac{E_T}{E_I} = \frac{2 n_1 \cos\theta_I}{n_1 \cos\theta_I + n_2 \cos\theta_T}}$$ Fresnel

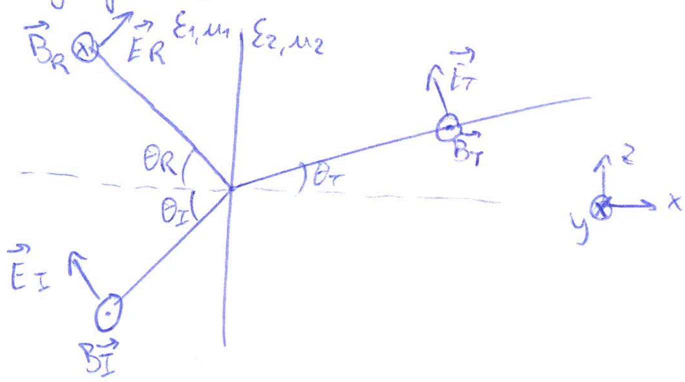
plot exemplo

$n_1 \approx 1$ (ar), $n_2 \approx 1{,}5$ (vidro)





- polarização paralela



$\vec{E}_I \cdot \vec{k} = 0 \rightarrow \vec{E}_I = -E_I \operatorname{sen}\theta_I \hat{x} + E_I \cos\theta_I \hat{z}$

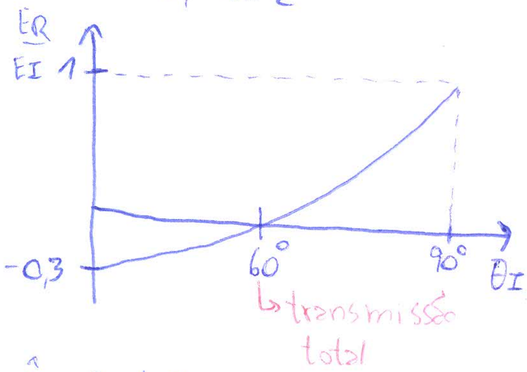
$x = 0 \rightarrow E_I \cos\theta_I + E_R \cos\theta_R = E_T \cos\theta_T$

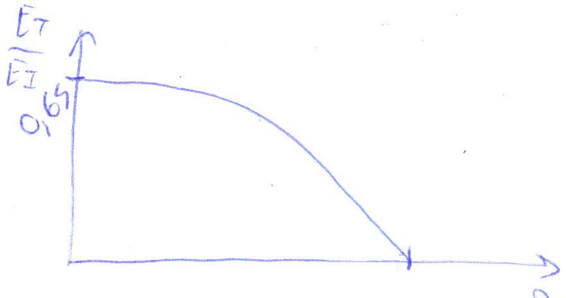
$B_I - B_R = B_T \rightarrow \frac{E_I - E_R}{v_1} = \frac{E_T}{v_2}$

$$\begin{cases} \frac{E_R}{E_I} = \frac{n_1 \cos\theta_T - n_2 \cos\theta_I}{n_1 \cos\theta_T + n_2 \cos\theta_I} \\ \frac{E_T}{E_I} = \frac{2 n_1 \cos\theta_I}{n_1 \cos\theta_T + n_2 \cos\theta_I} \end{cases}$$ Fresnel

plot exemplo

$n_1 \approx 1$ (ar), $n_2 \approx 2$





Ângulo de Brewster → onda refletida → 0

$n_1 \cos\theta_T = n_2 \cos\theta_I$

(Snell) $\theta_I + \theta_T = \frac{\pi}{2} \longrightarrow \operatorname{tg}\theta_B = \frac{n_2}{n_1}$

Lei de Snell → $\operatorname{sen}\theta_T = \frac{n_1}{n_2} \operatorname{sen}\theta_I$

mas $n_2 < n_1$, o que significa que o lado direito da solução pode ser maior que 1.

sem solução! → valor crítico: $\operatorname{sen}\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$ → não há transmissão para $\theta > \theta_c$ → reflexão total

Problema: Fórmulas de Fresnel para $\frac{E_T}{E_I}$ não dão zero para $\theta_I = \theta_c$

$\vec{K}_T \cdot \hat{y} = 0 \quad \vec{K}_T \cdot \hat{z} = \vec{K}_I \cdot \hat{z} = \frac{\omega_I}{V_1} \operatorname{sen}\theta_I$

$\omega_T = \omega_I = \omega$

$|\vec{K}_T|^2 = \frac{\omega^2}{v^2}$

· na direção $\hat{x}$: $\vec{K}_T \cdot \hat{x} = \pm\sqrt{|\vec{K}_T|^2 - (\vec{K}_T \cdot \hat{z})^2} = \pm \frac{\omega}{V_2}\sqrt{1 - \frac{V_2^2 \operatorname{sen}^2\theta_I}{V_I^2}} = \pm \frac{\omega}{V_2}\sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2}\operatorname{sen}^2\theta_I}$

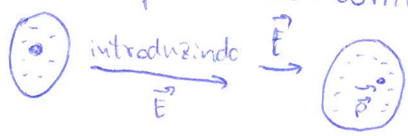
→ para $\theta_I > \theta_c$: $\vec{K}_T \cdot \hat{x}$ vira imaginário $\left(\vec{K}_T \cdot \hat{x} = \pm \frac{i\omega\alpha}{V_2}\right)$

$\vec{E}_{trans} = \vec{E}_T e^{i(\vec{K}_T \cdot \hat{z} - \omega t)} e^{\mp \frac{\alpha \omega x}{V_2}}, \quad x > 0$

precisa ser −, já que + implicaria no aumento da amplitude conforme x avança estourando no infinito

· $\varepsilon(\omega)$ em presença de campos que variam com o tempo

* Revisitando o modelo de polaridade atômica:



$\vec{E} = \vec{E}(t)$

$\vec{F}_{nuvem} = -\frac{q^2}{a^3}\vec{r} \equiv -m\omega_0^2 \vec{r}$

↳ frequência de ressonância (ω_0)

força de atrito

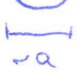
$\vec{F}_{atrito} = -m\gamma\dot{\vec{r}}$ (somente em modelo)

campo externo $\vec{E}(t)$

$\rightarrow m\ddot{\vec{r}} = -\frac{q}{m}\vec{E}(t) - m\omega_0^2\vec{r} + m\gamma\dot{\vec{r}}$

nuvem oscilando em volta do núcleo

$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)}$



$Ka \ll 1 \rightarrow \vec{E} \simeq \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$

~~Partindo do campo externo~~ $\vec{r} = \vec{r}_0 e^{-i\omega t}$

$\ddot{\vec{r}} = -\omega^2 \vec{r}_0 e^{-i\omega t}$

jogando todos os valores na equação dada pelo campo, temos

$\vec{r}_0 = -\frac{q\vec{E}_0}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$

$\vec{p} = \alpha\vec{E} \rightarrow \alpha = \frac{q^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} = \alpha(\omega) \rightarrow \varepsilon = \varepsilon(\omega) \rightarrow \varepsilon = \frac{1}{4\pi} + n\,\alpha(\omega)$

Hipótese: $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$, μ constante

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon(\omega)\vec{E} \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \vec{\nabla}\cdot\vec{D} = 0 \\ \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \varepsilon(\omega)\vec{K}\cdot\vec{E}(\omega) = 0 \\ \vec{K}\cdot\vec{B}(\omega) = 0 \end{cases}$$

→ esquecer caso $\varepsilon = 0$

transversalidade dos campos em relação a K

$$\begin{cases} \vec{\nabla}\times\vec{H} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \\ \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \vec{K}\times\vec{B}(\omega) = -\mu\,\varepsilon(\omega)\,\omega\, E(\omega) \\ \vec{K}\times\vec{E} = \omega\vec{B}(\omega) \end{cases} \rightarrow |\vec{K}|^2 = \mu\,\varepsilon(\omega)\,\omega^2$$

relação de dispersão

Hipótese: $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + i\,\varepsilon_2(\omega)$

$$K = \sqrt{\vec{K}^2} = K_1 + iK_2 = \omega\sqrt{\mu}\sqrt{\varepsilon_1 + i\varepsilon_2}$$

$$\vec{E}(\vec{x},t) = \underbrace{\vec{E}(\omega)\,e^{-K_2 z}}_{\text{atenuação}}\,e^{i(K_1 z - \omega t)}$$

$$\vec{B}(\omega) = \frac{K}{\omega}\hat{z}\times\vec{E}(\omega) = \frac{|K|e^{i\phi}}{\omega}\hat{z}\times\vec{E}(\omega)$$

$$\phi = tg^{-1}\left(\frac{K_2}{K_1}\right)$$

$$Re(\vec{E}) = \vec{E}(\omega)\,e^{-K_2 z}\cos(K_1 z - \omega t)$$

$$Re(\vec{B}) = \frac{|K|}{\omega}(\hat{z}\times\vec{E}(\omega))\,e^{-K_2 z}\cos(K_1 z - \omega t + \phi)$$

↳ diferença de fase em relação a E