

Revisão de Mecânica

1. **A trajetória clássica nem sempre é um mínimo da ação:**

Considere um oscilador harmônico simples em 1D, de massa m e frequência ω ao longo da direção x .

a) Escreva a ação para o oscilador entre $t_i = 0$ e t_f .

b) Calcule a variação da ação $\Delta S = S[x + \delta x] - S[x]$, com $\delta x(0) = \delta x(t_f) = 0$, e escreva as equações do movimento.

c) Encontre a solução mais geral para $\delta x(t)$ que obedeça às condições iniciais e finais $\delta x(0) = \delta x(t_f) = 0$. Esta solução vai ser uma superposição de variações de tipo $\delta_n x = \sin\left(\frac{\pi n}{t_f} t\right)$ com $n \in \mathbb{N}^+$.

d) Demonstre que

$$\Delta S\left[\sum_n c_n \delta_n x\right] = \sum_n \Delta S[c_n \delta_n x].$$

e) Encontre as condições sobre t_f para que a solução clássica seja um *mínimo* da ação (ou seja, $\Delta S[\delta_n x] > 0$ para qualquer $n \geq 1$) e para que seja um *ponto de sela* da ação (ou seja, $\Delta S < 0$ para alguns n).