4302303 - Eletromagnetismo I - Segundo Semestre de 2017

4 de agosto de 2017

Professor: Diego Trancanelli
Sala: 344, Ala Central
E-mail: dtrancan@gmail.com
Página da disciplina: Notas de eletromagnetismo I [1]

Monitor: Felipe Soares Sá
Sala: 335, Ala Central
E-mail: felipesoaressa@usp.br

Calendário das provas:

- Primeira atividade avaliativa: **15/09/2017**;
- Segunda atividade avaliativa: **20/10/2017**;
- Terceira atividade avaliativa: **01º/12/2017**;
- Atividade substitutiva (fechada, sobre todo o material do curso): **08/12/2017**.

Bibliografia

- David J. Griffiths, Introduction to Electrodynamics;
- John D. Jackson, Classical Electrodynamics;
- L. D. Landau & E. M. Lifshitz, The classical theory of fields.

Obtenção das Equações de Maxwell (na perspectiva de "Física III"/Ensino tradicional/histórico): Coulomb/Ampère $\rightarrow$ Faraday $\rightarrow$ Maxwell $\rightarrow$ Ondas $\rightarrow$ Einstein.

Obtenção das Equações de Maxwell (na perspectiva de Eletromagnetismo I):

$$\begin{cases} \text{Mecânica Clássica (Teoria Clássica de Campos)} \\ \text{Relatividade Restrita} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

Equações de Maxwell (simetrias)

Uma vez obtidas as equações de Maxwell, é necessário ter técnicas de solução das mesmas: seja por análise de Fourier, seja por funções de Green etc. Sistemas condutores, capacitores etc. serão estudados. Estes serão conteúdos das duas primeiras atividades avaliativas, para sistemas no vácuo; meios materiais vêm em seguida (em meios materiais há "um número de Avogadro de coisas simples", o que leva ao surgimento de propriedades interessantes e não tão simples).

Digressão acerca de dimensões: São dimensões fundamentais a massa (M), o comprimento (L) e o tempo (T), mas não a carga elétrica (Q) ou a temperatura (T). Vejamos o porquê.

A definição de carga vem com a lei de Coulomb para a força exercida por cargas no vácuo, nomeadamente:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

A definição de ϵ_0, no entanto, leva em consideração a definição de carga. "Há algo de perverso!". O par de definições é cíclico no sentido de que uma definição depende da outra, e vice-versa; não há necessidade de fazê-lo. De fato, se excluíssemos a constante de proporcionalidade da lei de Coulomb, teríamos:

$$[Q] = M^{1/2}L^{3/2}T^{-1}$$

Vale um análogo na definição de temperatura ($E = k_B T$), que cria duas unidades (J/K e K) conjugadas; de novo, não há necessidade em fazê-lo. O mesmo para a constante de Coulomb k ($N.m^2/C^2$) e carga (C).

Independência das grandezas da base: massa, comprimento e tempo formam um conjunto de grandezas independentes (M, L, T). O mesmo vale para as grandezas (M, V, T), com o comprimento substituído por uma velocidade. O **sistema de unidades de Planck** (que usa as constantes fundamentais da natureza $G_N, \hbar$ e c) é mais uma dessas bases.

Ao fixarmos a velocidade da luz como uma constante $c = 1$, em comparação com o Sistema Internacional de Unidades, temos:

$$c = 3.10^8 \ m/s, [c] = LT^{-1} \Rightarrow [c] = 1 \iff L \leftrightarrow T$$

Forma-se, portanto, uma equivalência entre comprimento e tempo (a seta "$\leftrightarrow$" lê-se "identifica-se com"). Em procedimento similar para $\hbar = 1$, tem-se:

$$\hbar = 1.10^{-34} \ m^2/kg.s^3, [\hbar] = ML^2T^{-3} \Rightarrow [\hbar] = 1 \iff$$
$$\iff MT^{-1}L^2T^{-2} \leftrightarrow MT^{-1} \Rightarrow M \leftrightarrow T$$

De maneira análoga à identificação anterior do espaço com o tempo, acaba de formar-se uma identificação da massa com o tempo (e, em última instância, da massa com o comprimento). A constante universal de gravitação de Newton, por meio das associações feitas previamente se torna associada com:

$$G_N = 6,67.10^{-11} \ m^3/kg.s^2, [G_N] = L^3M^{-1}T^{-2} \rightarrow LM^{-1}$$

Se tivéssemos de "Explicar comprimento para um alienígena", poderíamos usar o **sistemas de unidades naturais**: mede-se a velocidade com respeito à velocidade da luz (dada como uma certa porcentagem de c); isto seria um número puro (sem dimensões). Denota-se um número puro, ou sem dimensões como tendo dimensão $L^0M^0T^0 = 1$.

A associação $c \rightarrow 1$ cria uma equivalência entre tempo e espaço e, em decorrência disso, temos outra equivalência:

$$E = mc^2 \Rightarrow E \leftrightarrow m$$

Recapitulando temos comprimento e tempo no mesmo pé de igualdade ($c = 1$) e comprimento e massa (a menos um) também no mesmo pé de igualdade ($\hbar = 1$); ao forçarmos $G_N = 1$ estamos adotando uma escala para os comprimentos (comunidades de física de partículas costumam fazê-lo). (Há razões para não fazer isso sempre e uma delas é a de que a constante de Newton pode depender do número de dimensões, como em teoria de cordas).

Pode-se fazer então uma transição entre os sistemas (L, M, T), $(c, \hbar, G_N)$, indo de volta para a base (L, M, T). Uma grandeza qualquer pode ser expressa como um produto de potências das unidades naturais. Reescrevendo isso em uma base de massa, comprimento e tempo:

$$[G^\alpha c^\beta \hbar^\gamma] = L^{3\alpha+\beta+2\gamma}M^{-\alpha+\gamma}T^{-2\alpha-\beta-\gamma}$$

Podemos inverter as relações para obtermos:

$$[G^\alpha c^\beta \hbar^\gamma] = L \iff \begin{cases} 3\alpha + \beta + 2\gamma = 1 \\ -\alpha + \gamma = 0 \\ -2\alpha - \beta - \gamma = 0 \end{cases} \iff \alpha = 1/2, \beta = -3/2, \gamma = 1/2$$

$$[G^\alpha c^\beta \hbar^\gamma] = M \iff \begin{cases} 3\alpha + \beta + 2\gamma = 0 \\ -\alpha + \gamma = 1 \\ -2\alpha - \beta - \gamma = 0 \end{cases} \iff \alpha = -1/2, \beta = 1/2, \gamma = 1/2$$

$$[G^\alpha c^\beta \hbar^\gamma] = T \iff \begin{cases} 3\alpha + \beta + 2\gamma = 0 \\ -\alpha + \gamma = 0 \\ -2\alpha - \beta - \gamma = 1 \end{cases} \iff \alpha = 1/2, \beta = -5/2, \gamma = 1/2$$

As seguintes grandezas recebem nomes especiais (respectivamente, massa, comprimento e tempo de Planck):

$$\begin{cases} m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G_N}} \approx 2,2.10^{-5}\ g \\ l_P = \sqrt{\frac{\hbar G_N}{c^3}} \approx 1,6.10^{-35}\ m \\ t_P = \sqrt{\frac{\hbar G_N}{c^5}} \approx 5,4.10^{-44}\ s \end{cases}$$

À esquerda e à direita, respectivamente, temos dois sistemas; "Bonito, feio!". O primeiro em unidades naturais, é mais geral, enquanto o outro depende de unidades arbitrárias, fixadas por padrões terrestres. Dos registros enviados para o Universo, "O mais difícil de explicar para um alienígena são duas pessoas peladas!".

Suponhamos que somos algum tipo de deus, e controlamos um painel do Universo com os valores das constantes fundamentais $\hbar - c - G_N$.

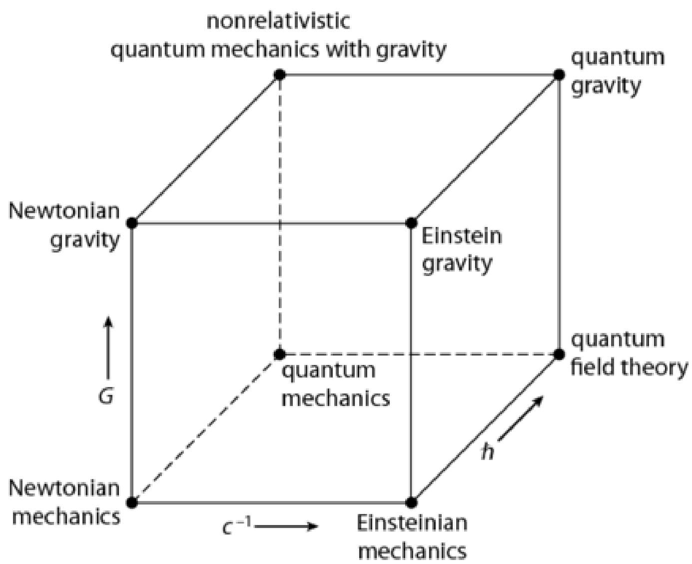

Figura 1: “O cubo da física”[2].

Seria possível, portanto mapear as áreas da física da seguinte forma:

- $G_N = \hbar = \frac{1}{c} = 0$ (Mecânica Claśsica/newtoniana);
- $G_N = G_N, \hbar = \frac{1}{c} = 0$ (Gravitação newtoniana);
- $G_N = 0, \hbar = \hbar, \frac{1}{c} = 0$ (Mecânica Quântica);
- $G_N = \hbar = 0, \frac{1}{c} = \frac{1}{c}$ (Relatividade Restrita/Eletromagnetismo);
- $G_N = G_N, \hbar = 0, \frac{1}{c} = \frac{1}{c}$ (Relatividade Geral);
- $G_N = G_N, \hbar = \hbar, \frac{1}{c} = 0$ (Mecânica Quântica não-relativística com gravidade, pouco interessante);
- $G_N = 0, \hbar = \hbar, \frac{1}{c} = \frac{1}{c}$ (Teoria Quântica de Campos);
- $G_N = G_N, \hbar = \hbar, \frac{1}{c} = \frac{1}{c}$ (Gravitação Quântica).

Referências

[1] Diego Trancanelli. Notas de Eletromagnetismo I. 2017. Notas de Eletromagnetismo I.

[2] Anthony Zee. *Einstein Gravity in a Nutshell*. Princeton University Press, 2013.