

## Lista de Exercícios 3

1. Duas placas paralelas de metal distam uma da outra  $x$ , sendo preenchido o volume intermediário por dois materiais, em duas camadas, de espessuras  $x_1$  e  $x_2$  ( $x_1 + x_2 = x$ , condutividades  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ , e permeabilidades  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$ , respectivamente). Espere o sistema chegar ao limite estacionário, e calcule a densidade de cargas que fica no plano de separação entre as diferentes camadas, assim como a corrente que passa de um plano condutor a outro, supondo-se que os mesmos estejam submetidos a uma diferença de potencial constante  $V$ .
2. (a) Calcule o campo magnético em todos os pontos do espaço, gerado por um fio de raio  $R$ , com corrente  $i$ , distribuída uniformemente ao longo de seu diâmetro.  
(b) Repita para o caso da corrente estar fluindo ao longo da superfície do fio.
3. Suponha um sistema formado por um capacitor de placas paralelas, e uma bobina por onde passa corrente, formando um solenóide. Desenhe o sistema de modo que um elétron, passando com velocidade constante perpendicularmente às linhas de campo elétrico não seja desviado, ou seja, não sofra nenhuma força. Dê a resposta (ou seja, a carga do capacitor e a corrente no sistema de fios)
4. Mostre que o campo  $\vec{B}$  externo a um fio infinito com corrente  $i$  é dado por (menos) o gradiente de uma função escalar  $\varphi$  dada pela expressão:

$$\varphi = -\frac{\mu_0 i}{2\pi} \theta$$

onde  $\theta$  é o ângulo azimutal (coordenadas cilíndricas, medido desde uma direção arbitrária).

5. (a) Considere uma carga  $q$  em movimento circular com velocidade angular  $w$  pequena, e raio  $R$ . Calcule, para pontos distantes, o campo magnético (aproximação de dipolo).  
(b) Repita o problema anterior para duas cargas, uma positiva e outra negativa, andando em sentidos contrários. Logo após, faça-as girar no mesmo sentido.

Nota importante: quando se souber o termo de radiação teremos como resultado que aquele será mais importante a longas distâncias.

6. Estime o campo magnético no centro do átomo, provocado por um elétron girando em torno do mesmo com 1% da velocidade da luz, sendo o raio do átomo  $r_0 \approx 5.3 \times 10^{-11}m$ . Compare com o campo elétrico. Ache a força magnética sobre uma carga elétrica movendo-se a mesma velocidade. Compare com a força elétrica.
7. Calcular o campo magnético em todos os pontos, gerado por um fio infinito de raio  $R$  por onde passa uma corrente  $i$ . Calcular o campo nas mesmas condições quando se retirar do fio um cilindro infinito, cujo raio da secção reta é  $R/2$ , tangenciando a beirada do fio original.
8. Calcular a indução magnética num ponto  $p(r, \theta, \varphi)$  produzida por uma espiral circular de raio  $a$ , colocada no plano  $xy$  e conduzindo uma corrente  $I$ .

$$J_\phi = \frac{I}{a} \delta(\cos \theta') \delta(r' - a)$$

9. Demonstre que a lei da força entre duas espiras  $C_1$  e  $C_2$  que conduzem, respectivamente correntes  $I_1$  e  $I_2$ , pode ser transformada em

$$\vec{F}_2 = -\frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \oint_1 \oint_2 d\vec{l}_2 d\vec{l}_1 \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

que é evidentemente simétrica, pois  $F_2 = -F_1$ , obedecendo a terceira lei de Newton.

10. Dado um circuito de corrente em forma de um hexágono regular de lado  $a$ , carregando uma corrente  $I$ , encontre  $\vec{B}$  no centro do hexágono.
11. Dois dipolos,  $m_1$  e  $m_2$  estão no mesmo plano;  $m_1$  está fixo, porém  $m_2$  está livre para girar em torno do seu centro. Demonstre que no equilíbrio  $tg\theta_1 = -2tg\theta_2$  onde  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são os ângulos entre  $r$  e  $m_1$  e  $r$  e  $m_2$ , respectivamente.
12. É dada uma casca esférica, de raio interno  $R_1$  e raio externo  $R_2$ , que está uniformemente magnetizada na direção do eixo  $z$ . A magnetização na casca é  $\vec{M}_0 = M_0 \hat{k}$ , constante e independente do campo externo (caso ferromagnético). Encontre o potencial escalar  $\varphi^*$  tanto dentro como fora da casca.

13. Repita o problema anterior supondo agora que a casca seja para- respectivamente dia- magnética, com  $\vec{B} = \mu\vec{H}$ , com  $\mu > \mu_0$ , respectivamente  $\mu < \mu_0$ , na presença de um campo magnético externo  $\vec{B}_0$ , discutindo o resultado.
14. Suponhamos que dois sistemas de rolamentos estejam interligados de tal modo que o fluxo magnético que passa pelas  $n$  espiras do primeiro (aqui denominado primário) também passe pelas  $m$  espiras do segundo (denominado secundário). Mostre que se aplicarmos uma força eletromotriz  $\epsilon = \epsilon_0 e^{i\omega t}$  no primário haverá uma força eletromotriz induzida no secundário  $m/n$  vezes a do primário. Desprezam-se perdas.
15. Suponha que tenhamos dois sistemas  $RLC$ 's, caracterizados por  $R_1, L_1, C_1$  e  $R_2, L_2, C_2$  submetidos a uma força eletromotriz comum  $\epsilon = \epsilon_0 e^{i\omega t}$  (ou seja os sistemas estão em paralelo. Suponha ainda que haja uma mútua indutância  $M$ , bem pequena. Resolva o sistema, calculando a corrente em cada ramo.
16. Suponha que tenhamos dois sistemas  $RLC$ 's, caracterizados por  $R_1, L_1, C_1$  e  $R_2, L_2, C_2$  submetidos a forças eletromotrizes  $\epsilon_1 = \epsilon_{01} e^{i\omega_1 t}$  e  $\epsilon_2 = \epsilon_{02} e^{i\omega_2 t}$ . Suponha ainda que haja uma mútua indutância  $M$ , bem pequena. Resolva as equações de movimento, calculando a corrente em cada sistema.