Lista de Exercícios 3

1. Duas superfícies condutoras, cilíndricas, longas e coaxiais de raios a e b, são mergulhadas verticalmente num dielétrico líquido. O dielétrico possui susceptibilidade χ e densidade de massa d. Os cilindros são mantidos a uma diferença de potencial fixa $\Delta\varphi$. Determinar a altura h que o dielétrico sobe entre os condutores. (Desprezar a tensão superficial e susceptibilidade do ar).

2. Demonstre que a a lei da força entre duas espiras com correntes I_1 e I_2 respectivamente, pode ser transformada em

$$\vec{F}_2 = -\frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \oint_1 \oint_2 d\vec{l}_2 d\vec{l}_1 \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

   que é evidentemente simétrica, pois $F_2 = -F_1$, obedecendo a terceira lei de Newton.

3. Dado um circuito de corrente em forma de um hexágono regular de lado a, carregando uma corrente I, encontre $\vec{B}$ no centro do hexágono.

4. Duas placas paralelas de metal distam uma da outra x, sendo preenchido o volume intermediário por dois materiais, em duas camadas, de espessuras x_1 e x_2 ($x_1 + x_2 = x$, condutividades σ_1 e σ_2, e permeabilidades ϵ_1 e ϵ_2, respectivamente). Espere o sistema chegar ao limite estacionário, e calcule a densidade de cargas que fica no plano de separação entre as diferentes camadas, assim como a corrente que passa de um plano condutor a outro, supondo-se que os mesmos estejam submetidos a uma diferença de potencial constante V.

5. (a) Calcule o campo magnético em todos os pontos do espaço, gerado por um fio de raio R, com corrente i, distribuída uniformemente ao longo de seu diâmetro.

   (b) Repita para o caso da corrente estar fluindo ao longo da superfície do fio.

6. Mostre que o campo $\vec{B}$ externo a um fio infinito com corrente i é dado por (menos) o gradiente de uma função escalar φ dada pela expressão:

$$\varphi = -\frac{\mu_0 i}{2\pi}\theta$$

onde θ é o ângulo azimutal (coordenadas cilindrícas, medido desde uma direção arbitrária.

7. (a) Considere uma carga q em movimento circular com velocidade angular w pequena, e raio R. Calcule, para pontos distantes, o campo magnético (aproximação de dipolo).

   (b) Repita o problema anterior para duas cargas, uma positiva e outra negativa, andando em sentidos contrários. Logo após, faça-as girar no mesmo sentido.

   Nota importante: quando se souber o termo de radiação teremos como resultado que aquele será mais importante a longas distâncias. Portanto, este exercício é, fundamentalmente, incompleto.

8. Estime o campo magnético no centro do átomo, provocado por um elétron girando em torno do mesmo com 1% da velocidade da luz, sendo o raio do átomo $r_0 \approx 5.3 \times 10^{-11} m$. Compare com o campo elétrico. Ache a força magnética sobre uma carga elétrica movendo-se a mesma velocidade. Compare com a força elétrica.

9. Calcular o campo magnético em todos os pontos, gerado por um fio infinito de raio R por onde passa uma corrente i. Calcular o campo nas mesmas condições quando se retirar do fio um cilindro infinito, cujo raio da secção reta é $R/2$, tangenciando a beirada do fio original.

10. Dois dipolos, m_1 e m_2 estão no mesmo plano; m_1 está fixo, porém m_2 está livre para girar em torno do seu centro. Demonstre que no equilíbrio $tg\theta_1 = -2tg\theta_2$ onde θ_1 e θ_2 são os ângulos entre r e m_1 e r e m_2, respectivamente.

11. É dada uma casca esférica, de raio interno R_1 e raio externo R_2, que está uniformemente magnetizada na direção do eixo z. A magnetização na casca é $\vec{M}_0 = M_0\hat{k}$. Encontre o potencial escalar φ^* em pontos sobre o eixo z, tanto dentro como fora da casca.

12. Um ímã permanente, com a forma de um cilindro circular reto, comprimento L e raio R, está orientado de maneira que seu eixo de simetria coincida com o eixo z. A origem de sistema de coordenadas está no centro do ímã. Se o cilindro tiver magnetização axial uniforme $\vec{M}$,

    a) Determine $\varphi^*(z)$ em pontos sobre o eixo de simetria, tanto dentro como fora do ímã.

    b) Use os resultados da parte (a) para encontrar a indução magnética B_z em pontos sobre o eixo de simetria, tanto dentro como fora do ímã.

13. Calcular a indução magnética num ponto $p(r, \theta, \varphi)$ produzida por uma espiral circular de raio a, colocada no plano xy e conduzindo uma corrente I.

$$J_\phi = \frac{I}{a}\delta(\cos\theta')\delta(r' - a)$$

14. Demonstre que a lei da força entre duas espiras C_1 e C_2 que conduzem, respectivamente correntes I_1 e I_2, pode ser transformada em

$$\vec{F}_2 = -\frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \oint_1 \oint_2 d\vec{l}_2 d\vec{l}_1 \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

    que é evidentemente simétrica, pois $F_2 = -F_1$, obedecendo a terceira lei de Newton.

15. Dado um circuito de corrente em forma de um hexágono regular de lado a, carregando uma corrente I, encontre $\vec{B}$ no centro do hexágono.

16. Dois dipolos, m_1 e m_2 estão no mesmo plano; m_1 está fixo, porém m_2 está livre para girar em torno do seu centro. Demonstre que no equilíbrio $tg\theta_1 = -2tg\theta_2$ onde θ_1 e θ_2 são os ângulos entre r e m_1 e r e m_2, respectivamente.

17. É dada uma casca esférica, de raio interno R_1 e raio externo R_2, que está uniformemente magnetizada na direção do eixo z. A magnetização na casca é $\vec{M}_0 = M_0\hat{k}$, constante e independente do campo externo (caso ferromagnético). Encontre o potencial escalar φ^* tanto dentro como fora da casca.

18. Repita o problema anterior supondo agora que a casca seja para- respectivamente dia- magnética, com $\vec{B} = \mu\vec{H}$, com $\mu > \mu_0$, respectivamente $\mu < \mu_0$, na presença de um campo magnético externo $\vec{B}_0$, discutindo o resultado.

19. Uma esfera de material magnético, de raio R é colocada na origem do sistema de coordenadas. A magnetização é dada por $M = (ax^2 + b)\dot{I}$ onde a e b são constantes. Determine todas as densidades polares e correntes de magnetização.