# Lista de Exercícios 2

1. Um cilindro condutor de raio $R$ e densidade linear de carga $\lambda$ está inserido em um meio dielétrico de constante $\epsilon$, onde está presente um campo externo $\vec{E}$ perpendicular a direção do cilindro. Calcule o campo elétrico $\vec{E}$ e o campo $\vec{D}$ em todo o espaço.

2. Dois meios dielétricos de constante dielétrica $\epsilon_1$ e $\epsilon_2$ respectivamente estão conectados por um plano infinito, de modo que à direita está o meio $\epsilon_1$, e à esquerda o meio $\epsilon_2$. Eles tem em seus interiores campos elétricos constantes e diferentes em cada meio, isto é $\vec{E}_1$ e $\vec{E}_2$ respectivamente, formando ângulos $\theta_1$ e $\theta_2$ com a normal ao plano de separação. Calcule a relação entre $\theta_1$ e $\theta_2$. Sugestão: prove que o campo elétrico *tangencial* ao plano de separação é o mesmo em cada lado, e que o campo $\vec{D}$ *normal* a superfície de separação é o mesmo em cada lado.

3. Um capacitor cilíndrico é formado por duas cascas condutoras cilíndricas de altura $h$, uma com raio $R_1$ e outra com raio $R_2$. O capacitor está com carga total $Q$ (isto é $Q$ em uma placa e $-Q$ em outra). O capacitor é colocado verticalmente sobre um líquido dielétrico de permeabilidade $\epsilon$, densidade de massa $\rho$ e em uma região com aceleração da gravidade igual a $g$. Calcule a altura até onde sobe o líquido no interior do capacitor.

4. Consideremos agora um capacitor ligado a uma bateria, ou seja, o potencial é constante, ao invés da carga. Neste caso, o trabalho realizado pela força elétrica é $dW = dW_b - dU$, onde $dW_b$ é o trabalho da bateria, enqanto $dW = \vec{F} \cdot d\vec{x}$ é o trabalho da força elétrica, e $dU$ a variação da energia. O trabalho da bateria para potencial constante é $dW_b = \sum_i \varphi \delta Q_i$, que é o dobro da variação de energia. Portanto a força é $\vec{F} = +\nabla U$. Com base em tal resultado faça o problema 3 para uma diferença de potencial $V$ constante (e não $Q$ sendo constante).

5. Uma carga $q$ é colocada no centro de uma casca esférica de raio interno $R_1$ e raio externo $R_2$, de constante dielétrica $\epsilon$. Calcule o campo elétrico em todos os pontos do espaço.

6. Duas placas paralelas de metal distam uma da outra $x$, sendo preenchido o volume intermediário por dois materiais, em duas camadas, de espessuras $x_1$ e $x_2$ ($x_1 + x_2 = x$ , condutividades $\sigma_1$ e $\sigma_2$, e permeabilidades $\epsilon_1$ e $\epsilon_2$, respectivamente). Espere o sistema chegar ao limite estacionário, e calcule a densidade de cargas que fica no plano de separação entre as diferentes camadas, assim como a corrente que passa de um plano condutor a outro, supondo-se que os mesmos estejam submetidos a uma diferença de potencial constante $V$.

7. (a) Calcule o campo magnético em todos os pontos do espaço, gerado por um fio de raio $R$, com corrente $i$, distribuída uniformemente ao longo de seu diâmetro.

   (b) Repita para o caso da corrente estar fluindo ao longo da superfície do fio.

8. Suponha um sistema formado por um capacitor de placas paralelas, e uma bobina por onde passa corrente, formando um solenóide. Desenhe o sistema de modo que um elétron, passando com velocidade constante perpendicularmente às linhas de campo elétrico não seja desviado, ou seja, não sofra nenhuma força. Dê a resposta (ou seja, a carga do capacitor e a corrente no sistema de fios)

9. Mostre que o campo $\vec{B}$ externo a um fio infinito com corrente $i$ é dado por (menos) o gradiente de uma função escalar $\varphi$ dada pela expressão:

$$\varphi = -2\frac{i}{c}\theta$$

   onde $\theta$ é o ângulo azimutal (coordenadas cilindrícas, medido desde uma direção arbitrária.

10. (a) Considere uma carga $q$ em movimento circular com velocidade angular $w$ pequena, e raio $R$. Calcule, para pontos distantes, o campo magnético (aproximação de dipolo).

    (b) Repita o problema anterior para duas cargas, uma positiva e outra negativa, andando em sentidos contrários. Logo após, faça-as girar no mesmo sentido.

11. Estime o campo magnético no centro do átomo, provocado por um elétron girando em torno do mesmo com 1% da velocidade da luz,

sendo o raio do átomo $r_0 \approx 5.3 \times 10^{-11} m$. Compare com o campo elétrico. Ache a força magnética sobre uma carga elétrica movendo-se a mesma velocidade. Compare com a força elétrica.

12. Calcular o campo magnético em todos os pontos, gerado por um fio infinito de raio $R$ por onde passa uma corrente $i$. Calcular o campo nas mesmas condições quando se retirar do fio um cilindro infinito, cujo raio da secção reta é $R/2$, tangenciando a beirada do fio original.

13. Um meio dielétrico está em um campo uniforme $\vec{E}_0$. Uma cavidade esférica de raio a é formada no meio.

    a) Encontre o potencial dentro e fora da cavidade.

    b) Encontre a carga superficial que aparece sobre a cavidade.

14. Calcular a indução magnética num ponto $p(r, \theta, \varphi)$ produzida por uma espiral circular de raio $a$, colocada no plano $xy$ e conduzindo uma corrente $I$.

$$J_\phi = \frac{I}{a}\delta(\cos\theta')\delta(r' - a)$$

15. Demonstre que a a lei da força pode ser transformada em

$$\vec{F}_2 = -\frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \oint_1 \oint_2 d\vec{l}_2 d\vec{l}_1 \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

    que é evidentemente simétrica, pois $F_2 = -F_1$, obedecendo a terceira lei de Newton.

16. Dado um circuito de corrente em forma de um hexágono regular de lado $a$, carregando uma corrente $I$, encontre $\vec{B}$ no centro do hexágono.

17. Dois dipolos, $m_1$ e $m_2$ estão no mesmo plano; $m_1$ está fixo, porém $m_2$ está livre para girar em torno do seu centro. Demonstre que no equilíbrio $tg\theta_1 = -2tg\theta_2$ onde $\theta_1$ e $\theta_2$ são os ângulos entre $r$ e $m_1$ e $r$ e $m_2$, respectivamente.

18. É dada uma casca esférica, de raio interno $R_1$ e raio externo $R_2$, que está uniformemente magnetizada na direção do eixo $z$. A magnetização na casca é $\vec{M}_0 = M_0\hat{k}$. Encontre o potencial escalar $\varphi^*$ em pontos sobre o eixo $z$, tanto dentro como fora da casca.