

Quarta lista de exercícios

1. Considere os campos vetoriais

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \omega t + \delta_1)}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \omega t + \delta_2)}$$

Determine as condições sobre os vetores \mathbf{E}_0 , \mathbf{B}_0 e \mathbf{k} , bem como sobre as constantes ω , δ_1 e δ_2 tal que $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ e $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ sejam soluções das equações de Maxwell com $\mathbf{J} = 0$ e $\rho = 0$.

2. A partir das equações de Maxwell ache as condições de contorno para os campos \mathbf{D} , \mathbf{E} , \mathbf{H} e \mathbf{B} em uma interface entre dois meios quaisquer.
3. Escreva os campos (reais) elétrico e magnético para uma onda monocromática plana de amplitude E_0 e frequência ω que:

- (a) Se propaga na direção negativa do eixo x e é polarizada na direção z .
- (b) Se propaga na direção da origem para o ponto $(1,1,1)$ com polarização paralela ao plano xz .

Em cada caso, esboce a onda e mostre as coordenadas cartesianas explícitas de \mathbf{k} e da polarização \mathbf{n} .

4. O campo elétrico em uma onda esférica (uma das configurações possíveis) é dado por

$$\vec{E} = E_0 \left(\frac{\sin \theta}{r} \right) \left[\cos(\kappa r - \omega t) - \left(\frac{1}{\kappa r} \right) \sin(\kappa r - \omega t) \right] \hat{\phi}$$

- (a) Mostre que \vec{E} obedece as equações de Maxwell no vácuo, e ache o campo magnético associado.
- (b) Calcule o vetor de Poynting \vec{S} . Ache a média sobre \vec{S} em um ciclo completo para obter o vetor intensidade \vec{I} .
- (c) Integre \vec{I} sobre uma esfera de raio R encontrar a potência total (média) irradiada

$$\langle P \rangle = \int \vec{I} \cdot d\vec{a}$$

5. Calcule o vetor de Poynting para uma onda eletromagnética plana movendo-se em um meio linear, i.e., com μ e ϵ constantes. Descreva particularmente os casos de polarização linear e circular.

6. Por um fio de resistência R e comprimento l passa corrente i . Calcule o vetor de Poynting. Calcule a potência irradiada pelo fio e compare com a perda por efeito Joule.
7. Uma barra de metal de massa m desliza sem atrito sobre dois trilhos condutores paralelos separados por uma distância l . Um resistor R conecta os trilhos através de seus extremos da esquerda (fig.). Há na região um campo magnético \vec{B} que é perpendicular ao plano sobre o qual se encontram os trilhos e que aponta saindo da página. (a) se a barra move-se para a direita com velocidade v , qual é a corrente no resistor? Em que sentido ela flui? (b) Qual a força magnética na barra? Qual a sua direção? (c) Se em $t = 0$ a barra move-se com velocidade v_0 , qual a sua velocidade num tempo t ? (d) A velocidade inicial da barra é, obviamente, $\frac{1}{2}mv_0^2$. Verifique que a energia liberada para o resistor é exatamente $\frac{1}{2}mv_0^2$.
8. Uma espira metálica quadrada de lado a encontra-se sobre uma mesa, de modo que um de seus lados está a uma distância s de um fio longo que conduz uma corrente I cujo sentido é para a direita (fig.). (a) Ache o fluxo do campo magnético através da espira. (b) Se agora alguém puxa a espira diretamente para longe do fio com velocidade v , qual é a força eletromotriz gerada? Em que sentido flui a corrente? (c) O que ocorre se a espira for puxada para a **direita** com velocidade v ?
9. Uma espira quadrada de lado a é montada num suporte vertical, de modo a girar com velocidade angular ω (fig.). Um campo magnético uniforme horizontal \vec{B} aponta para a direita. Ache $\epsilon(t)$ para este **gerador de corrente alternada**.
10. Uma casca esférica de raio a , perfeitamente condutora, gira em torno do eixo z com velocidade angular ω num campo magnético uniforme $\vec{B} = B_0\hat{z}$. Calcule a força eletromotriz gerada entre o “pólo norte” e o equador.
11. Um fio de raio a conduz uma corrente constante I , uniformemente distribuída sobre sua seção reta. Um pequeno vão no fio, de largura $l \ll a$, forma um capacitor de placas paralelas. Ache o campo magnético no vão, a uma distância $x < a$ do eixo.
12. Assumindo-se que a “lei de Coulomb” para cargas magnéticas (q_m) seja

$$\vec{F} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_{m1}q_{m2}}{r^2} \hat{r},$$

estabeleça então a lei de força para um monopólo q_m movendo-se com velocidade \vec{v} através de campos elétrico e magnético \vec{E} e \vec{B} . (Para um comentário interessante, veja W. Rindler, American Journal of Physics **57**, 993 (1989).)

13. Num **condutor perfeito**, a condutividade σ é infinita, de modo que $\vec{E} = 0$ (pela lei de Ohm, $\vec{J} = \sigma\vec{E}$), e qualquer carga reside na superfície (do mesmo modo que para um

condutor imperfeito na eletrostática). (a) Mostre que o campo magnético é constante dentro de um condutor perfeito. (b) Mostre que o fluxo magnético através de uma espira perfeitamente condutora é constante. (c) Um **supercondutor** é um condutor perfeito com a propriedade **adicional** de que o campo magnético (constante) dentro é zero. Essa “exclusão de fluxo” é conhecida como **efeito Meissner**. Mostre que a corrente num supercondutor é confinada à superfície.