Física matemática I — FMA204
Quinta Lista
Data máxima para entrega 07/05/01

Exercícios para entrega:

1. Resolva formalmente o seguinte problema de condução de calor usando séries de Fourier.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \kappa \tfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} && \text{em} \quad R \ , \\ \frac{\partial u}{\partial x}(0,t) &= 0 && \text{para} \quad t > 0 \\ u(L,t) &= 0 && \text{para} \quad t > 0 \\ u(x,0) &= f(x) && \text{para} \quad 0 < x < L \ . \end{aligned}$$

2. Resolva formalmente o seguinte problema de condução de calor usando o método de variação das constantes.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \kappa \tfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + g(t) && \text{em} \quad R \ , \\ u(0,t) &= 0 && \text{para} \quad t > 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x}(L,t) &= 0 && \text{para} \quad t > 0 \\ u(x,0) &= f(x) && \text{para} \quad 0 < x < L \ . \end{aligned}$$

3. Transforme o problema

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \kappa \tfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} && \text{em} \quad R \ , \\ u(0,t) &= Ae^{-\alpha t} && \text{para} \quad t > 0 \ , \\ u(L,t) &= B && \text{para} \quad t > 0 \ , \\ u(x,0) &= 0 && \text{para} \quad 0 < x < L \ , \end{aligned}$$

num outro em que as condições de contorno sejam homogêneas.

4. Calcule a solução de equilíbrio do seguinte problema

$$\begin{array}{lll} \dfrac{\partial u}{\partial t} & = \kappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \gamma & \text{em} \quad R \ , \\ u(0,t) & = \alpha & \text{para} \quad t > 0 \ , \\ u(L,t) & = \beta & \text{para} \quad t > 0 \ , \\ u(x,0) & = 0 & \text{para} \quad 0 < x < L \ , \end{array}$$

onde α, β e γ são constantes. Use essa solução para determinar a evolução temporal do problema acima.

Complementares:

5. Resolva o seguinte problema de condução de calor

$$\begin{array}{lll} \dfrac{\partial u}{\partial t} & = \kappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} & \text{em} \quad R \ , \\ u(0,t) & = u(L,t) = 0 & \text{para} \quad t > 0 \\ u(x,0) & = x^2 & \text{para} \quad 0 < x < L \ . \end{array}$$

6. Resolva o seguinte problema de condução de calor bidimensional:

$$\begin{array}{lll} \dfrac{\partial u}{\partial t} & = \kappa \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] & \text{em} \quad R \ , \\ u(0,y,t) & = u(L_x,y,t) = 0 & \text{para} \quad t > 0 \\ u(x,0,t) & = \frac{\partial u}{\partial y}(x,L_y,t) = 0 & \text{para} \quad t > 0 \\ u(x,0) & = xy & \text{para} \quad 0 < x < L_x \ ; \ 0 < y < L_y \ . \end{array}$$

Leitura e referências:

1. Equação de calor: Djairo Figueiredo, *Análise de fourier e equações diferenciais parciais*, capítulo 4.