Física matemática I — FMA204
Segunda prova — 30/maio/2001

1. Resolva o seguinte problema de condução de calor bidimensional:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial t} &= \kappa \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right] && \text{em} \quad R \ , \\
u(0,y,t) &= u(L_x,y,t) = 0 && \text{para} \quad t > 0 \\
u(x,0,t) &= \frac{\partial u}{\partial y}(x,L_y,t) = 0 && \text{para} \quad t > 0 \\
u(x,0) &= xy^2 && \text{para} \quad 0 < x < L_x \ ; \ 0 < y < L_y \ .
\end{aligned}
$$

   Valor 4,0

2. Resolva o seguinte problema

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad t > 0 \ , \ 0 < x < L \ , \\
\frac{\partial u}{\partial x}(0,t) &= u(L,t) = 0 && \text{para} \quad t > 0 \\
u(x,0) &= 0 && \text{para} \quad 0 < x < L \ , \\
\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) &= x^2 && \text{para} \quad 0 < x < L \ .
\end{aligned}
$$

   Valor 3,0

3. Calcule a solução de equilíbrio do seguinte problema

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial t} &= \kappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \gamma && \text{em} \quad R \ , \\
u(0,t) &= \alpha && \text{para} \quad t > 0 \ , \\
u(L,t) &= \beta && \text{para} \quad t > 0 \ , \\
u(x,0) &= x && \text{para} \quad 0 < x < L \ ,
\end{aligned}
$$

   onde α, β e γ são constantes. Use essa solução para determinar a evolução temporal do problema acima.

   Valor 3,0