Física matemática I — FMA204
Terceira prova — 02/julho/2001

1. Obtenha uma expressão integral para $\delta(x-a)$ usando a transformada de Fourier. Valor 1,0.

2. Utilizando a transformada de Laplace obtenha a solução do seguinte problema
$$\frac{d^2x}{dt^2}+2\lambda\frac{dx}{dt}+\omega_0^2x=0 \quad ,$$
onde $\omega_0^2<\lambda^2$. Utilize que $x(0)=x_0$ e que $\frac{dx}{dt}(0)=v_0$. Valor 2,0.

3. Encontre a transformada de Laplace inversa de
$$\frac{1}{s^2+4s+8} \quad . \text{ (Valor 1,0)}$$

4. Use a transformada de Fourier para resolver o seguinte problema:
$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= \kappa\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+g(x,t) \quad \text{em} \quad t>0 \quad , \quad x\in R \quad , \\ u(x,0) &= f(x) \quad \text{para} \quad x\in R \quad .\end{aligned}$$
Valor 4,0

5. Usando a função geradora dos polinômios de Legendre mostre que $P_n(1)=1$ para todos os n e que $P_n(-x)=(-1)^nP_n(x)$. Valor 2,0.

Algumas fórmulas:

$$\Gamma(z)=\int_0^\infty dte^{-t}t^{z-1} \quad , \quad \frac{1}{\sqrt{1-2xt+t^2}}=\sum_{n=0}^{\infty}P_n(x)t^n \quad ,$$

$$\frac{1}{1-t}=1+\sum_{n=1}^{\infty}t^n \quad , \quad \mathcal{L}\left[\frac{df}{dx}\right]=s\mathcal{L}[f]-f(0) \quad ,$$

$$\frac{dx}{dt}=-\alpha x+f(t)\Longrightarrow x(t)=x(0)e^{-\alpha t}+e^{-\alpha t}\int_0^t ds\; e^{\alpha s}f(s) \quad ,$$