Grupos e Tensores — FMT 429
2^o Semestre de 2000
Sexta lista — 24/11/00

Exercícios:

1. Construa uma representação tridimensional do grupo D_4 usando o sistema de eixos abaixo.

2. Mostre que a representação obtida anteriormente é irredutível.

3. Construa as representações irredutíveis de D_4. Dica, existem quatro representações irredutíveis unidimensionais e uma bidimensional.

4. Um grupo é dito cíclico se todos os elementos do grupo podem ser escritos como potências de um de seus elementos. Se o grupo é de ordem n, seus elementos g_i podem ser escritos na forma

$$g_i = x^i \qquad e = x^n \ .$$

   (a) Quais as classes de equivalência deste grupo?
   (b) Quantas representações irredutíveis existem?
   (c) Obtenha as representações irredutíveis.
   (d) Qual o valor dos caracteres para as diversas representações?

5. Os caracteres das diferentes representações irredutíveis do grupo D_4 são

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
U_1	1	1	1	1	1
U_2	1	1	1	-1	-1
U_3	1	-1	1	1	-1
U_4	1	-1	1	-1	1
B	2	0	-2	0	0

   onde C_i são as classes de equivalência, U_i as representações unidimensionais e B a representação bidimensional. Determine a decomposição em representações irredutíveis das representações $U_2 \otimes U_3$, $U_4 \otimes B$ e $B \otimes B$.

6. Mostre que as represntações irredutíveis de um grupo abeliano são unidimensionais. Como este resultado se relaciona com o problema 4?

7. Construa uma represntação para o grupo de rotações em torno de um eixo.

Leitura e referências:

1. Leia o capítulo 4 do livro J.P. Elliott and P.G. Dawber, "Symmetry in Physics", volume 1 que trata de representações.

2. O livro de A. Fazzio e K. Watari, " Introdução à Teoria de Grupos" contém uma boa descrição da representação de grupos discretos em seu capítulo 4.