Grupos e Tensores — FMT 429
2^o Semestre de 2000
Quarta lista — 20/10/00

Exercícios:

1. Mostre que
$$D_\mu(g_{\nu\alpha}V^\alpha) = g_{\nu\alpha}D_\mu V^\alpha$$

2. Mostre que
$$D_\mu(A^\alpha B_\alpha) = B_\alpha D_\mu A^\alpha + A^\alpha D_\mu B_\alpha$$

3. Se $B_{\mu\nu}$ é um tensor anti-simétrico de peso N, mostre que $B^{\mu\nu}$ também é anti-simétrico e tem peso N.

4. Uma transformação de Lorentz ao longo do eixo x é dada por
$$\begin{aligned} \bar{x}^0 &= \gamma(x^0 - \beta x^1) \ , \\ \bar{x}^1 &= \gamma(x^1 - \beta x^0) \ , \\ \bar{x}^2 &= x^2 \ , \\ \bar{x}^3 &= x^3 \ , \end{aligned}$$
onde $x^\mu = (t, x, y, z)$; estamos adotando unidades tais que $c = 1$. Sabendo que a corrente $J^\mu = (\rho, J_x, J_y, J_z)$ (ρ é a densidade de carga e $\mathbf{J}$ a densidade de corrente) é um vetor contravariante, escreva a transformação de referencial de ρ e $\mathbf{J}$.

5. A equação de Schrödinger é separável nas variáveis
$$\begin{aligned} \xi &= r - z = r\ (1 - \cos\theta) \ , \\ \eta &= r + z = r\ (1 + \cos\theta) \ , \\ \phi &= \phi \ . \end{aligned}$$
Obtenha a métrica nas coordenadas (ξ, η, ϕ) bem como o divergente e o laplaciano. Para maiores informações vide o livro do Schiff, "Quantum Mechanics".