Capítulo 6

Campo Magnético

6.1 Introdução

- Cargas elétricas geram campos elétricos $\vec{E}$ e sofrem forças elétricas $\vec{F}_e$.
- Cargas elétricas em movimento (correntes) geram campos magnéticos $\vec{B}$ e sofrem forças magnéticas $\vec{F}_B$.
- Não existem cargas (monopolos) magnéticas. Lei de Gauss para o magnetismo:

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \tag{6.1}$$

- Ímãs: materiais com propriedades magnéticas, resultante do movimento de cargas no nível molecular/atômico. Contem correntes microscópicas que criam campos magnéticos.
- Ímãs tem sempre pólos norte e sul indivisíveis: dipolos.
- Oersted (1819): Corrente elétrica em fio deflete agulha imantada.
- Ampere: Forças magnéticas entre correntes. Correntes elétricas dão origem a fenômenos magnéticos.
- Faraday e Henry (1820): Corrente em circuito produzida por i) movimento de um ímã ou ii) variando corrente em circuito proximo. $\vec{B}$ variável $\rightarrow \vec{E}$.
- Como dependem da velocidade das cargas, efeitos magnéticos são relativísticos e dependem do referencial. A relatividade mostra que campos elétricos e magnéticos podem ser convertidos um no outro dependendo do referencial. Por exemplo, no referencial se movendo com uma carga, a velocidade dela é zero e deve ser nulo o campo magnético por ela criado. Campos elétricos e magnéticos são faces da mesma moeda: o campo eletromagnético.

6.2 Força Magnética e Campo Magnético

- Vamos primeiro considerar o efeito de campos magnéticos em cargas elétricas em movimento.
- Não nos preocuparemos, no momento, com a criação de campos magnéticos, o que investigaremos no próximo capítulo.

- Suponha uma carga q com velocidade $\vec{v}$ na presença de um campo magnético $\vec{B}$.
  Esta carga sofre uma força magnética $\vec{F}_B$:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \tag{6.2}$$

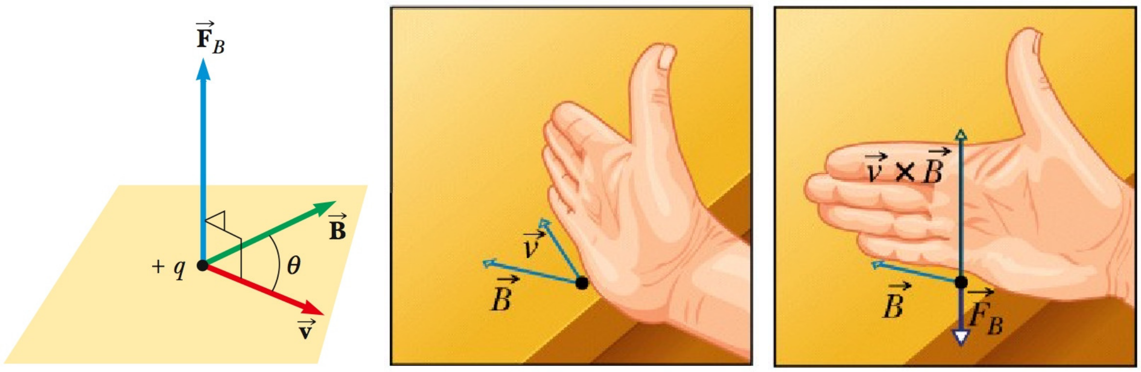

Figura 6.1: Força magnética (Serway). Regra da mão direita para uma carga negativa. (Halliday)

- Unidade de Campo Magnético: SI: Tesla [T]=$\frac{[\mathrm{N}]}{[\mathrm{m/s}][\mathrm{C}]}$. CGS: Gauss [G]=$10^{-4}$[T]
- Produto vetorial:
  - $|F_B| = qvB\sin\theta = q(v\sin\theta)B = qv(B\sin\theta)$
  - Componente de v perpendicular a B, ou vice-versa.
  - Direção: $\vec{F}_B$ é $\perp$ a ambos $\vec{v}$ e $\vec{B}$.
    Regra da mão direita:
    i) dedos no primeiro vetor,
    ii) rotação na direção do segundo,
    iii) polegar dá direção do produto vetorial.
  - $|F_B|$ máxima quando $\theta = 90^o$, i.e. quando $\vec{v} \perp \vec{B}$.
  - $\vec{F}_B = 0$ se $\vec{v} \parallel \vec{B}$.
- Trabalho de $\vec{F}_B$:

$$W_{F_B} = \int \vec{F}_B \cdot d\vec{s} = \int (\vec{F}_B \cdot \vec{v})dt = 0 \tag{6.3}$$

  pois $\vec{F}_B \perp \vec{v}$. Força magnética não realiza trabalho, não alterando a energia cinética de cargas.

- Força magnética muda apenas direção de $\vec{v}$, não o módulo.
- Representação em 2 dimensões de eixos trimensionais:

$\odot$: vetor saindo $\otimes$: vetor entrando

6.3 Cargas em Campos Magnéticos

6.3.1 Campo Uniforme

Considere uma carga q com massa m e velocidade $\vec{v}$ perpendicular a um campo $\vec{B}$ uniforme. Como $\vec{F}_B \perp \vec{v}$, a direção da velocidade muda continuamente:

$$\vec{F}_B = m\frac{d\vec{v}}{dt} \quad \rightarrow \quad d\vec{v} = \frac{dt}{m}\vec{F}_B \perp \vec{v} \tag{6.4}$$

A força magnética é portanto uma força *centrípeta* e a carga realiza um movimento circular uniforme (MCU). Se r é o raio do círculo, a segunda lei de Newton nos dá:

$$\begin{aligned} F_B &= ma \\ qvB &= \frac{mv^2}{r} \quad \rightarrow \quad r = \frac{mv}{qB} \end{aligned} \tag{6.5}$$

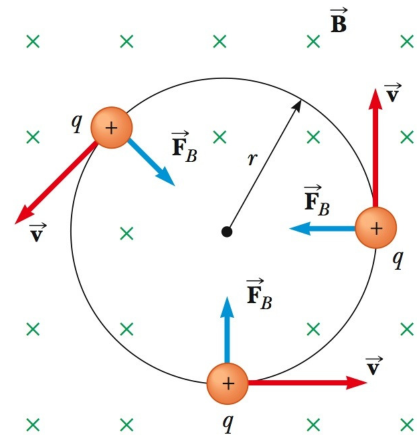

Figura 6.2: Movimento circular uniforme (MCU) de uma carga q em um campo magnético $\vec{B}$ uniforme. (Serway)

MCU:

$$\text{Frequência angular: } \omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \tag{6.6}$$

$$\text{Período: } T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB} \tag{6.7}$$

Se $\vec{v}$ faz ângulo θ com $\vec{B}$ temos:
MCU no plano de $\vec{v}$ e $\vec{F}_B$.
MU na direção de $\vec{B}$.

Se $\vec{B} = B\hat{x}$ e $\vec{v}$ tem uma componente v_x no eixo x e outra v_{yz} no plano yz como na figura, temos

$$\begin{aligned} F_B &= qv_{yz}B \\ v_x &= \text{const.} \end{aligned} \tag{6.8}$$

O movimento será então uma composição de um MCU no plano xy e um MU no eixo x: trajetória *helicoidal*.

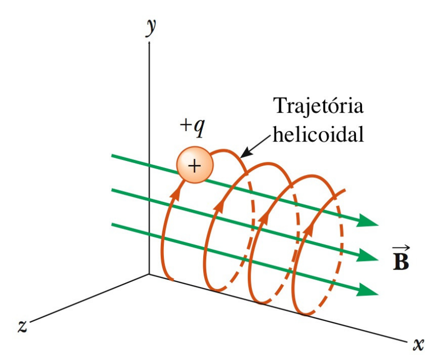

Figura 6.3: Movimento helicoidal (MCU + MU) de uma carga q em um campo magnético $\vec{B}$ uniforme com componente de velocidade na direcao do campo. (Serway)

6.3.2 Desvio de feixe de carga

Podemos usar campos magnéticos para curvar a trajetória de cargas.

Considere uma carga q, inicialmente em repouso, submetida a uma diferença de potencial V, que acelerada a carga até velocidade v. Temos

$$E_i = E_f \quad \rightarrow \quad Vq = \frac{mv^2}{2} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2Vq}{m}} \tag{6.9}$$

Ao final da aceleração, a carga encontra um campo B uniforme e entra em MCU. O raio r da trajetória é

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2Vq}{m}} = \sqrt{\frac{2mV}{qB^2}} \tag{6.10}$$

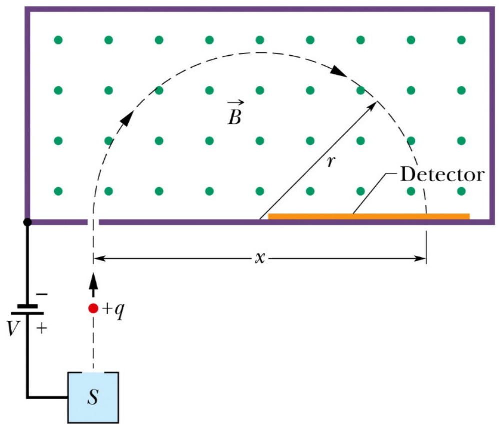

Figura 6.4: Espectrômetro de massa. (Halliday)

Espectrômetro de massa: Medindo o raio $r = x/2$, podemos medir a razão massa/carga da partícula:

$$\frac{m}{q} = \frac{B^2r^2}{2V} \tag{6.11}$$

Medindo massas de vários isótopos (que têm a mesma carga), pode-se então medir as razões entre suas massas, mesmo sem saber a carga.

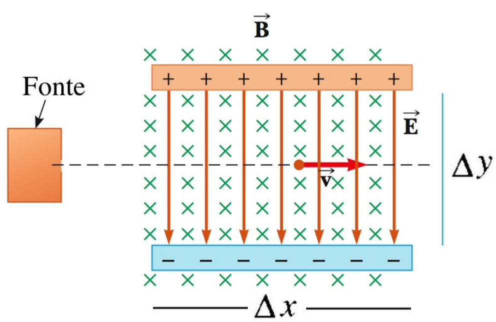

Figura 6.5: Seletor de velocidades. (Serway)

Seletor de velocidade: Partículas com velocidades variáveis entram no campo magnético. Coloca-se um anteparo a uma distância Δx, de tal forma que a carga se desvie verticalmente de Δy antes de ser detectada no anteparo:

$$\Delta y = r - \sqrt{r^2 - \Delta x^2} = \frac{mv}{qB} - \sqrt{\frac{m^2v^2}{q^2B^2} + \Delta x^2}$$

Entretanto, se, na mesma região onde há o campo B, aplicamos um campo $\vec{E}$ constante (e.g. com placas paralelas), a força elétrica pode balancear a magnética e temos

$$\begin{aligned} F_e &= F_B \\ qE &= qvB \quad \rightarrow \quad v = \frac{E}{B} \end{aligned} \tag{6.12}$$

Portanto, partículas que não se defletem, i.e. para as quais $\Delta y = 0$ têm exatamente velocidade $v = E/B$, e são separadas espacialmente das demais.

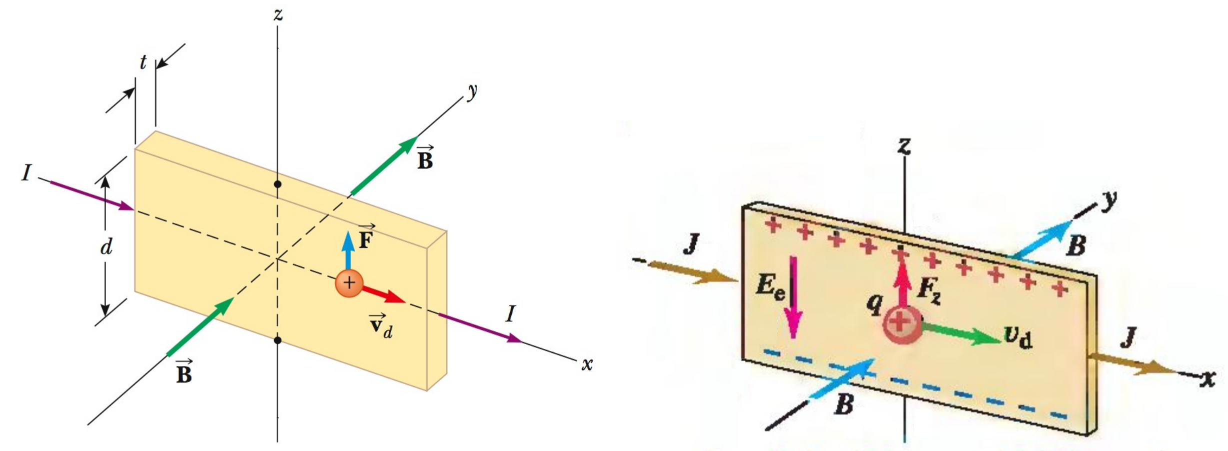

Figura 6.6: Efeito Hall. Uma corrente passa na placa de metal sob a ação de um campo $\vec{B}$ na direcao y, e cargas sofrem força magnética F_B na direção z, desviando-se nesta direção (Halliday). À medida que estas cargas se acumulam nas partes superiores da placa metálica, um campo elétrico é criado, produzindo uma força elétrica F_E. No equilíbrio, $F_e = F_B$. Se os portadores de carga forem negativos, a diferença de potencial criada tem sinal oposto. (Serway)

6.3.3 Efeito Hall

No efeito Hall, usa-se o fato de que as cargas são desviadas e começam a se acumular nas placas de um metal, criando um campo elétrico, como em um capacitor. A força elétrica resultante deste processo é oposta à magnética e, eventualmente a cancela. Temos então, no equilíbrio

$$F_E = F_B \tag{6.13}$$

$$qE = qvB \qquad \rightarrow \qquad v = \frac{E}{B} \tag{6.14}$$

A diferença de potencial entre as placas é $V = Ed$ e portanto

$$v = \frac{V}{Bd} \tag{6.15}$$

Por outro lado,

$$v = \frac{j}{\rho} = \frac{(i/A)}{nq} = \frac{i}{nqtd} \qquad \rightarrow \qquad n = \frac{i}{vqtd} \tag{6.16}$$

Combinando estes dois resultados, temos

$$n = \frac{i}{(V/Bd)qtd} \qquad \rightarrow \qquad n = \frac{Bi}{Vqt} \tag{6.17}$$

o que permite calcular o número de portadores de carga por volume, dados o campo, a corrente, o potencial, a carga de cada portador e a espessura do material.

6.4 Força Magnética sobre Correntes

Para um elemento infinitesimal de carga dq com velocidade v, a força magnética $d\vec{F}_B$ é

$$d\vec{F}_B = dq\ \vec{v} \times \vec{B} \tag{6.18}$$

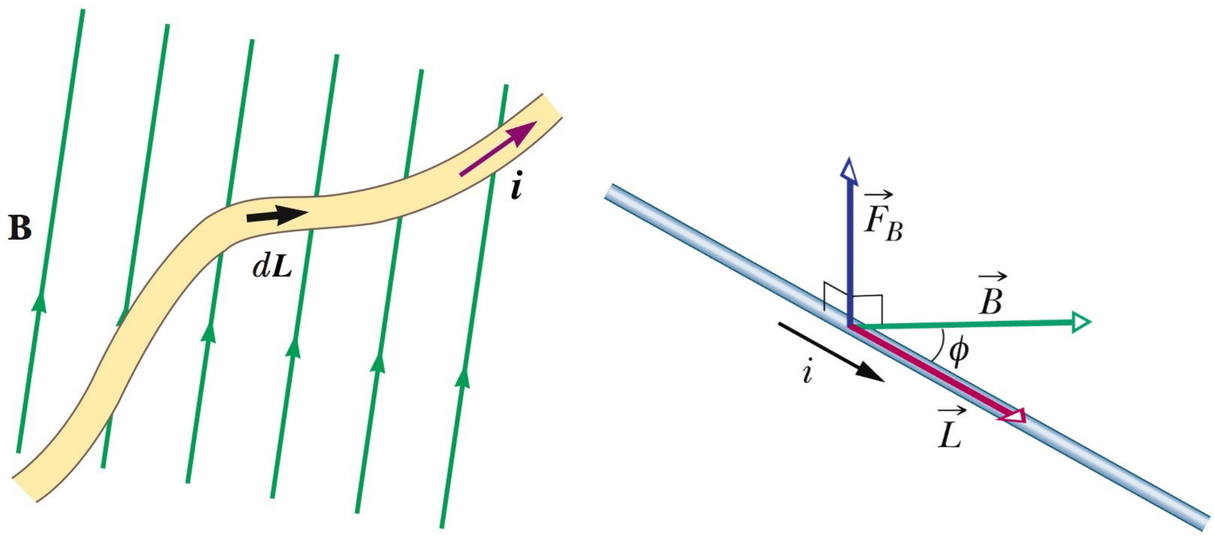

Figura 6.7: Elemento infinitesimal $d\vec{L}$ de fio, contendo carga dq em um campo $\vec{B}$ uniforme (Serway). Para um fio retílinio, pode-se integrar a força total no fio. (Halliday)

Se dq está em um elemento de comprimento dL de um fio, com o qual associamos um vetor $d\vec{L}$, de forma que a velocidade do elemento de carga seja $\vec{v} = d\vec{L}/dt$, a força fica

$$d\vec{F}_B = dq\ \frac{d\vec{L}}{dt} \times \vec{B} = \frac{dq}{dt}\ d\vec{L} \times \vec{B} = i\ d\vec{L} \times \vec{B} \tag{6.19}$$

Para um fio retilínio de comprimento L, podemos integrar no fio e obter

$$\vec{F}_B = i\ \vec{L} \times \vec{B} \tag{6.20}$$

ou seja, se $\vec{B}$ faz um ângulo θ com o fio, temos

$$F_B = BiL \sin\theta \tag{6.21}$$

6.5 Torque sobre Espira

Considere uma espira por onde passa uma corrente i, na presença de um campo $\vec{B}$ como indicado na Fig 6.9.

Nos lados 2 e 4 da espira a força forca magnética é

$$F_2 = F_4 = ibB\sin(90^o - \theta) = ibB\cos\theta \tag{6.22}$$

As forças se cancelam, não produzindo translação. Elas também não produzem torque, e portanto não geram rotação da espira.

Nos lados 1 e 3, temos $\vec{L} \perp \vec{B}$ e a força fica

$$F_1 = F_3 = iaB \tag{6.23}$$

Elas produzem torques τ em relação ao eixo central da espira:

$$\vec{\tau}_1 = \vec{\tau}_3 = \frac{\vec{b}}{2} \times \vec{F}_1 \quad \rightarrow \quad \tau_1 = \frac{b}{2} iaB\sin\theta \tag{6.24}$$

e o torque total fica

$$\tau = \tau_1 + \tau_3 = iabB\sin\theta = iAB\sin\theta \tag{6.25}$$

Definindo o vetor área $\vec{A} = ab\hat{n}$, temos

$$\vec{\tau} = i\vec{A} \times \vec{B} \tag{6.26}$$

Note que o torque tende a fazer a espira girar de até que $\vec{A}$ aponte na direção de $\vec{B}$, situação em que $\tau = 0$.

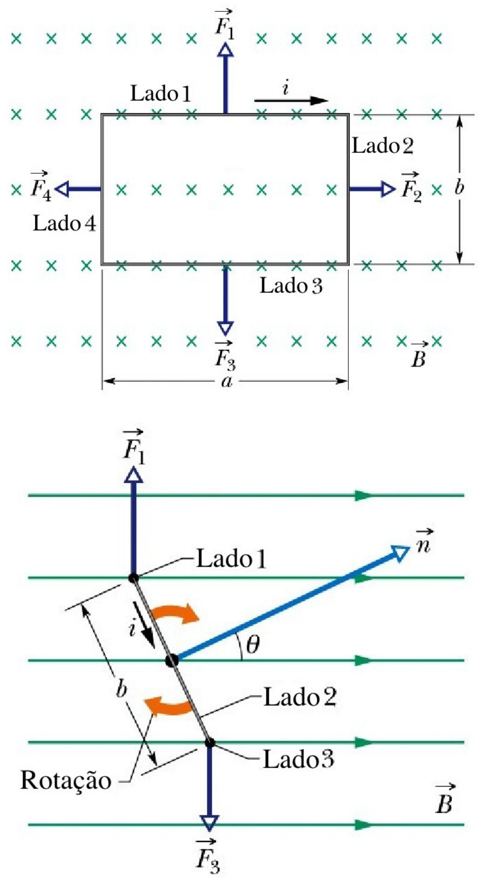

Figura 6.8: Força e torque sobre uma espira de corrente. (Halliday)

6.6 Momento de Dipolo Magnético

Em analogia à definição de dipolo elétrico, podemos considerar uma espira com corrente como sendo um dipolo magnético.

Analogamente, definimos o momento de dipolo magnetico $\vec{\mu}$:

$$\vec{\mu} = i\vec{A} \tag{6.27}$$

e o torque sobre a espira fica

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \tag{6.28}$$

Lembre-se que um campo $\vec{E}$ faz um dipolo elétrico girar até seu momento de dipolo elétrico apontar na direção do campo.

Da mesma forma, um campo $\vec{B}$ faz um dipolo magnético girar até seu momento de dipolo magnético apontar na direção de $\vec{B}$.

Figura 6.9: Momento magnético de uma espira de area A e corrente i. (Serway)