

# Capítulo 6

## Campo Magnético

### 6.1 Introdução

- Cargas elétricas geram campos elétricos  $\vec{E}$  e sofrem forças elétricas  $\vec{F}_e$ .
- Cargas elétricas em movimento (correntes) geram campos magnéticos  $\vec{B}$  e sofrem forças magnéticas  $\vec{F}_B$ .
- Não existem cargas (monopolos) magnéticas. Lei de Gauss para o magnetismo:

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (6.1)$$

- Ímãs: materiais com propriedades magnéticas, resultante do movimento de cargas no nível molecular/atômico. Contem correntes microscópicas que criam campos magnéticos.
- Ímãs tem sempre pólos norte e sul indivisíveis: dipolos.
- Oersted (1819): Corrente elétrica em fio deflete agulha imantada.
- Ampere: Forças magnéticas entre correntes. Correntes elétricas dão origem a fenômenos magnéticos.
- Faraday e Henry (1820): Corrente em circuito produzida por i) movimento de um ímã ou ii) variando corrente em circuito proximo.  $\vec{B}$  variável  $\rightarrow \vec{E}$ .
- Como dependem da velocidade das cargas, efeitos magnéticos são relativísticos e dependem do referencial. A relatividade mostra que campos elétricos e magnéticos podem ser convertidos um no outro dependendo do referencial. Por exemplo, no referencial se movendo com uma carga, a velocidade dela é zero e deve ser nulo o campo magnético por ela criado. Campos elétricos e magnéticos são faces da mesma moeda: o campo eletromagnético.

### 6.2 Força Magnética e Campo Magnético

- Vamos primeiro considerar o efeito de campos magnéticos em cargas elétricas em movimento.
- Não nos preocuparemos, no momento, com a criação de campos magnéticos, o que investigaremos no próximo capítulo.

- Suponha uma carga  $q$  com velocidade  $\vec{v}$  na presença de um campo magnético  $\vec{B}$ . Esta carga sofre uma força magnética  $\vec{F}_B$ :

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (6.2)$$

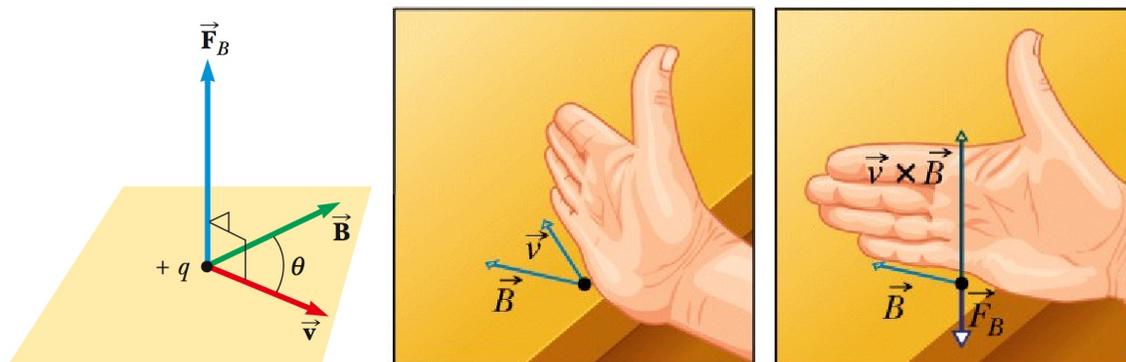


Figura 6.1: Força magnética (Serway). Regra da mão direita para uma carga negativa. (Halliday)

- Unidade de Campo Magnético: SI: Tesla  $[T] = \frac{[N]}{[m/s][C]}$ . CGS: Gauss  $[G] = 10^{-4}[T]$
- Produto vetorial:

- $|F_B| = qvB \sin \theta = q(v \sin \theta)B = qv(B \sin \theta)$
  - Componente de  $v$  perpendicular a  $B$ , ou vice-versa.
  - Direção:  $\vec{F}_B$  é  $\perp$  a ambos  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$ .
- Regra da mão direita:
- dedos no primeiro vetor,
  - rotação na direção do segundo,
  - polegar dá direção do produto vetorial.
- $|F_B|$  máxima quando  $\theta = 90^\circ$ , i.e. quando  $\vec{v} \perp \vec{B}$ .
  - $\vec{F}_B = 0$  se  $\vec{v} \parallel \vec{B}$ .

- Trabalho de  $\vec{F}_B$ :

$$W_{F_B} = \int \vec{F}_B \cdot d\vec{s} = \int (\vec{F}_B \cdot \vec{v}) dt = 0 \quad (6.3)$$

pois  $\vec{F}_B \perp \vec{v}$ . Força magnética não realiza trabalho, não alterando a energia cinética de cargas.

- Força magnética muda apenas direção de  $\vec{v}$ , não o módulo.
- Representação em 2 dimensões de eixos tridimensionais:

$\odot$  : vetor saindo

$\otimes$  : vetor entrando

## 6.3 Cargas em Campos Magnéticos

### 6.3.1 Campo Uniforme

Considere uma carga  $q$  com massa  $m$  e velocidade  $\vec{v}$  perpendicular a um campo  $\vec{B}$  uniforme. Como  $\vec{F}_B \perp \vec{v}$ , a direção da velocidade muda continuamente:

$$\vec{F}_B = m \frac{d\vec{v}}{dt} \rightarrow d\vec{v} = \frac{dt}{m} \vec{F}_B \perp \vec{v} \quad (6.4)$$

A força magnética é portanto uma força *centrípeta* e a carga realiza um movimento circular uniforme (MCU). Se  $r$  é o raio do círculo, a segunda lei de Newton nos dá:

$$\begin{aligned} F_B &= ma \\ qvB &= \frac{mv^2}{r} \rightarrow r = \frac{mv}{qB} \end{aligned} \quad (6.5)$$

MCU:

$$\text{Frequência angular: } \omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \quad (6.6)$$

$$\text{Período: } T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB} \quad (6.7)$$

Se  $\vec{v}$  faz ângulo  $\theta$  com  $\vec{B}$  temos:

MCU no plano de  $\vec{v}$  e  $\vec{F}_B$ .

MU na direção de  $\vec{B}$ .

Se  $\vec{B} = B\hat{x}$  e  $\vec{v}$  tem uma componente  $v_x$  no eixo  $x$  e outra  $v_{yz}$  no plano  $yz$  como na figura, temos

$$\begin{aligned} F_B &= qv_{yz}B \\ v_x &= \text{const.} \end{aligned} \quad (6.8)$$

O movimento será então uma composição de um MCU no plano  $xy$  e um MU no eixo  $x$ : trajetória *helicoidal*.

### 6.3.2 Desvio de feixe de carga

Podemos usar campos magnéticos para curvar a trajetória de cargas.

Considere uma carga  $q$ , inicialmente em repouso, submetida a uma diferença de potencial  $V$ , que acelera a carga até velocidade  $v$ . Temos

$$E_i = E_f \rightarrow Vq = \frac{mv^2}{2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2Vq}{m}} \quad (6.9)$$

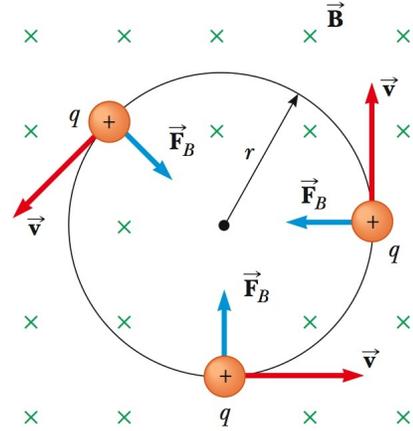


Figura 6.2: Movimento circular uniforme (MCU) de uma carga  $q$  em um campo magnético  $\vec{B}$  uniforme. (Serway)

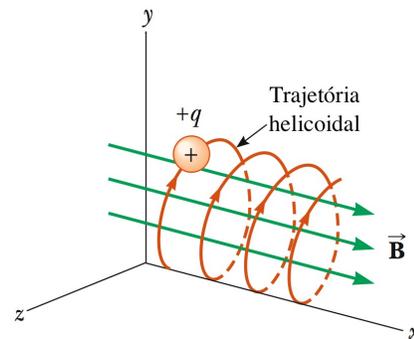
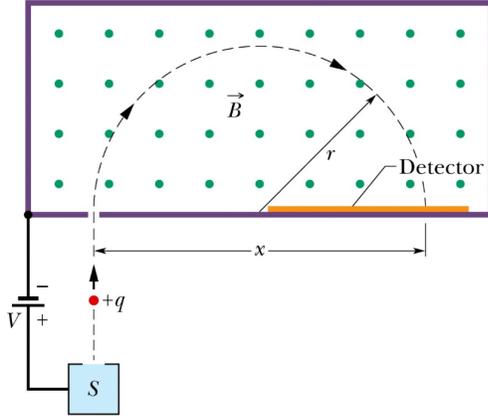


Figura 6.3: Movimento helicoidal (MCU + MU) de uma carga  $q$  em um campo magnético  $\vec{B}$  uniforme com componente de velocidade na direção do campo. (Serway)

Ao final da aceleração, a carga encontra um campo  $B$  uniforme e entra em MCU. O raio  $r$  da trajetória é

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{qB} \sqrt{\frac{2Vq}{m}} = \sqrt{\frac{2mV}{qB^2}} \quad (6.10)$$



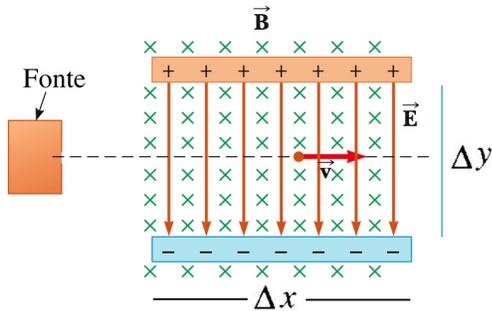
*Espectrômetro de massa:* Medindo o raio  $r = x/2$ , podemos medir a razão massa/carga da partícula:

$$\frac{m}{q} = \frac{B^2 r^2}{2V} \quad (6.11)$$

Medindo massas de vários isótopos (que têm a mesma carga), pode-se então medir as razões entre suas massas, mesmo sem saber a carga.

Figura 6.4: Espectrômetro de massa. (Halliday)

*Seletor de velocidade:* Partículas com velocidades variáveis entram no campo magnético. Coloca-se um anteparo a uma distância  $\Delta x$ , de tal forma que a carga se desvie verticalmente de  $\Delta y$  antes de ser detectada no anteparo:



$$\Delta y = r - \sqrt{r^2 - \Delta x^2} = \frac{mv}{qB} - \sqrt{\frac{m^2 v^2}{q^2 B^2} - \Delta x^2}$$

Entretanto, se, na mesma região onde há o campo  $B$ , aplicamos um campo  $\vec{E}$  constante (e.g. com placas paralelas), a força elétrica pode balancear a magnética e temos

$$\begin{aligned} F_e &= F_B \\ qE &= qvB \quad \rightarrow \quad v = \frac{E}{B} \end{aligned} \quad (6.12)$$

Figura 6.5: Seletor de velocidades. (Serway)

Portanto, partículas que não se defletem, i.e. para as quais  $\Delta y = 0$  têm exatamente velocidade  $v = E/B$ , e são separadas espacialmente das demais.

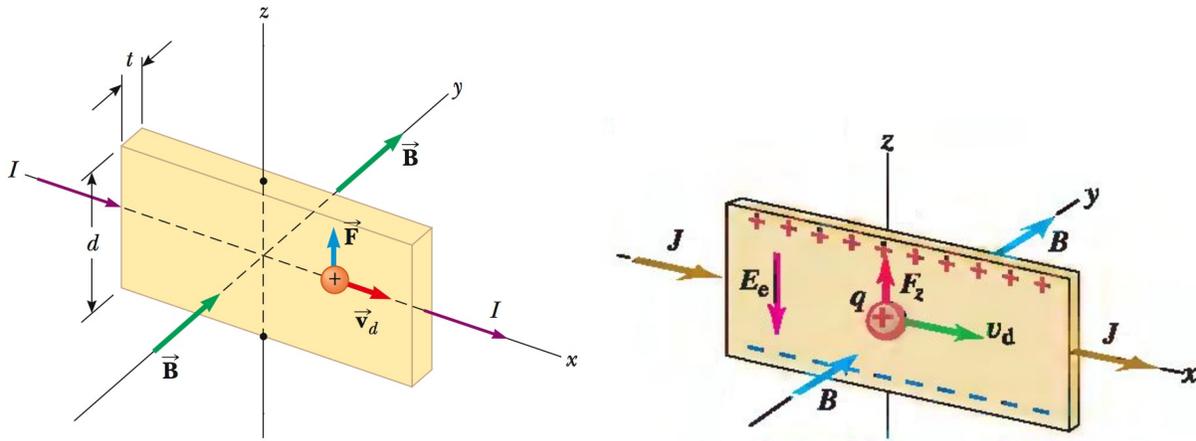


Figura 6.6: Efeito Hall. Uma corrente passa na placa de metal sob a ação de um campo  $\vec{B}$  na direção  $y$ , e cargas sofrem força magnética  $F_B$  na direção  $z$ , desviando-se nesta direção (Halliday). À medida que estas cargas se acumulam nas partes superiores da placa metálica, um campo elétrico é criado, produzindo uma força elétrica  $F_E$ . No equilíbrio,  $F_e = F_B$ . Se os portadores de carga forem negativos, a diferença de potencial criada tem sinal oposto. (Serway)

### 6.3.3 Efeito Hall

No efeito Hall, usa-se o fato de que as cargas são desviadas e começam a se acumular nas placas de um metal, criando um campo elétrico, como em um capacitor. A força elétrica resultante deste processo é oposta à magnética e, eventualmente a cancela. Temos então, no equilíbrio

$$F_E = F_B \quad (6.13)$$

$$qE = qvB \quad \rightarrow \quad v = \frac{E}{B} \quad (6.14)$$

A diferença de potencial entre as placas é  $V = Ed$  e portanto

$$v = \frac{V}{Bd} \quad (6.15)$$

Por outro lado,

$$v = \frac{j}{\rho} = \frac{(i/A)}{nq} = \frac{i}{nqtd} \quad \rightarrow \quad n = \frac{i}{vqtd} \quad (6.16)$$

Combinando estes dois resultados, temos

$$n = \frac{i}{(V/Bd)qtd} \quad \rightarrow \quad n = \frac{Bi}{Vqt} \quad (6.17)$$

o que permite calcular o número de portadores de carga por volume, dados o campo, a corrente, o potencial, a carga de cada portador e a espessura do material.

## 6.4 Força Magnética sobre Correntes

Para um elemento infinitesimal de carga  $dq$  com velocidade  $v$ , a força magnética  $d\vec{F}_B$  é

$$d\vec{F}_B = dq \vec{v} \times \vec{B} \quad (6.18)$$

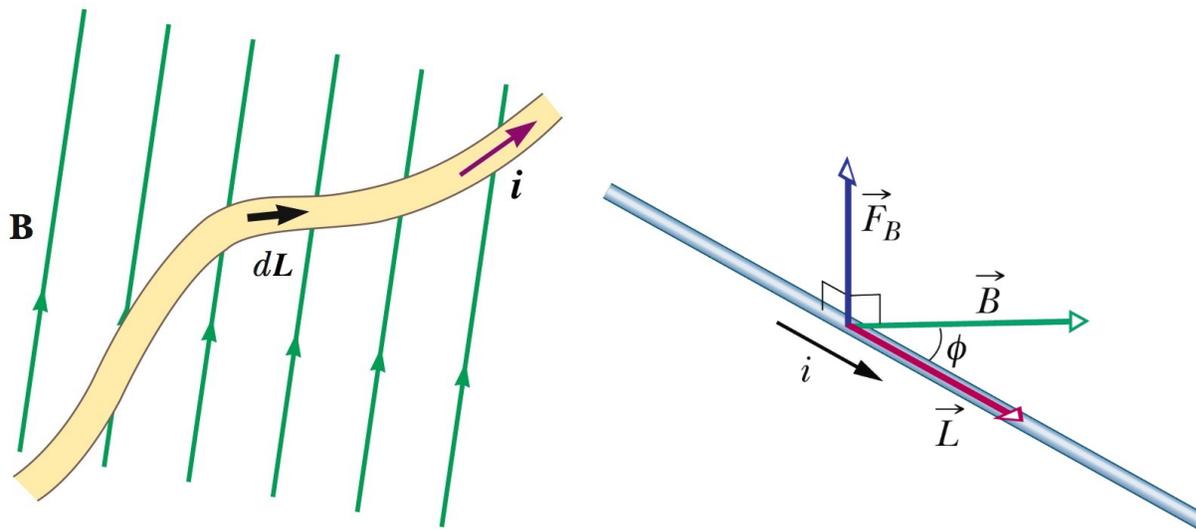


Figura 6.7: Elemento infinitesimal  $d\vec{L}$  de fio, contendo carga  $dq$  em um campo  $\vec{B}$  uniforme (Serway). Para um fio retilíneo, pode-se integrar a força total no fio. (Halliday)

Se  $dq$  está em um elemento de comprimento  $dL$  de um fio, com o qual associamos um vetor  $d\vec{L}$ , de forma que a velocidade do elemento de carga seja  $\vec{v} = d\vec{L}/dt$ , a força fica

$$d\vec{F}_B = dq \frac{d\vec{L}}{dt} \times \vec{B} = \frac{dq}{dt} d\vec{L} \times \vec{B} = i d\vec{L} \times \vec{B} \quad (6.19)$$

Para um fio retilíneo de comprimento  $L$ , podemos integrar no fio e obter

$$\vec{F}_B = i \vec{L} \times \vec{B} \quad (6.20)$$

ou seja, se  $\vec{B}$  faz um ângulo  $\phi$  com o fio, temos

$$F_B = BiL \sin \phi \quad (6.21)$$

## 6.5 Torque sobre Espira

Considere uma espira por onde passa uma corrente  $i$ , na presença de um campo  $\vec{B}$  como indicado na Fig 6.9.

Nos lados 2 e 4 da espira a força magnética é

$$F_2 = F_4 = ibB \sin(90^\circ - \theta) = ibB \cos \theta \quad (6.22)$$

As forças se cancelam, não produzindo translação. Elas também não produzem torque, e portanto não geram rotação da espira.

Nos lados 1 e 3, temos  $\vec{L} \perp \vec{B}$  e a força fica

$$F_1 = F_3 = iaB \quad (6.23)$$

Elas produzem torques  $\tau$  em relação ao eixo central da espira:

$$\vec{\tau}_1 = \vec{\tau}_3 = \frac{\vec{b}}{2} \times \vec{F}_1 \rightarrow \tau_1 = \frac{b}{2} iaB \sin \theta \quad (6.24)$$

e o torque total fica

$$\tau = \tau_1 + \tau_3 = i(ab)B \sin \theta = iAB \sin \theta \quad (6.25)$$

Definindo o vetor área  $\vec{A} = (ab)\hat{n}$ , temos

$$\vec{\tau} = i\vec{A} \times \vec{B} \quad (6.26)$$

Note que o torque tende a fazer a espira girar de até que  $\vec{A}$  aponte na direção de  $\vec{B}$ , situação em que  $\tau = 0$ .

## 6.6 Momento de Dipolo Magnético

Em analogia à definição de dipolo elétrico, podemos considerar uma espira com corrente como sendo um dipolo magnético.

Analogamente, definimos o momento de dipolo magnético  $\vec{\mu}$ :

$$\vec{\mu} = i\vec{A} \quad (6.27)$$

e o torque sobre a espira fica

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (6.28)$$

Lembre-se que um campo  $\vec{E}$  faz um dipolo elétrico girar até seu momento de dipolo elétrico apontar na direção do campo.

Da mesma forma, um campo  $\vec{B}$  faz um dipolo magnético girar até seu momento de dipolo magnético apontar na direção de  $\vec{B}$ .

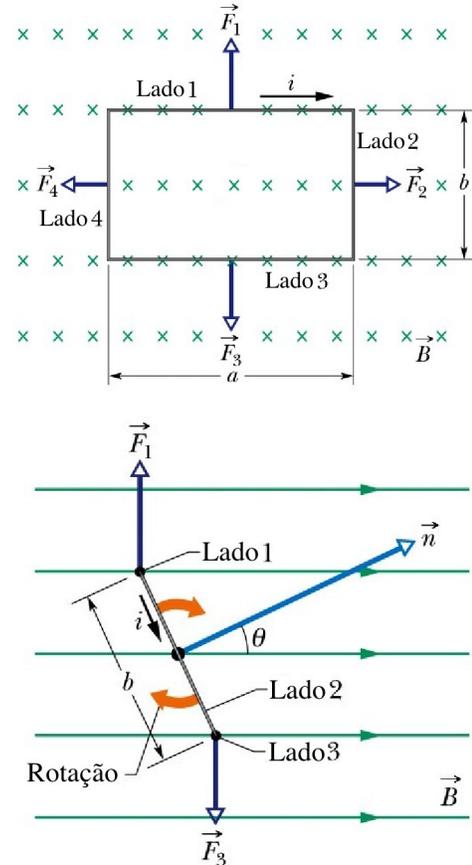


Figura 6.8: Força e torque sobre uma espira de corrente. (Halliday)



Figura 6.9: Momento magnético de uma espira de área  $A$  e corrente  $i$ . (Serway)