Apêndice D

Interferência em Filmes Finos: Incidência Oblíqua

Vamos agora considerar o caso em que θ_1 não é necessariamente pequeno.

Lembre que $v = f\lambda = c/n$. Portanto

$$\lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2 \tag{D.1}$$

E como $k = 2\pi/\lambda$, temos

$$\frac{k_1}{n_1} = \frac{k_2}{n_2} \tag{D.2}$$

Além disso, a Lei de Snell relaciona os ângulos θ_1 e θ_2 via

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \tag{D.3}$$

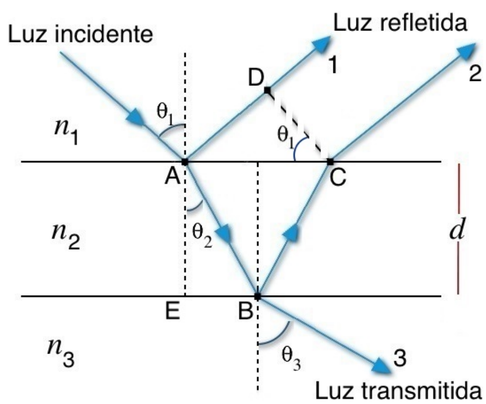

Figura D.1: Interferência em uma película fina de espessura d.

- Raio 1: Percorre $l_1 = AD$ com n_1. Reflexão.
  Fase: $\phi_1 = k_1 l_1 + \pi$

- Raio 2: Percorre $l_2 = ABC = 2AB$ com n_2.
  Fase: $\phi_2 = k_2 l_2$

Diferença de fase δ:

$$\begin{aligned}
\delta &= \phi_2 - \phi_1 \\
&= k_2 l_2 - k_1 l_1 - \pi \\
&= \left(\frac{n_2}{n_1} k_1\right) l_2 - k_1 l_1 - \pi \\
&= \frac{k_1}{n_1}\left(n_2 l_2 - n_1 l_1\right) - \pi \qquad \text{(D.4)}
\end{aligned}$$

Da figura, temos

$$\cos\theta_2 = \frac{d}{AB} \to AB = \frac{d}{\cos\theta_2} \tag{D.5}$$

$$\sin\theta_2 = \frac{EB}{AB} \to EB = AB\sin\theta_2 = d\tan\theta_2 \tag{D.6}$$

$$AC = 2EB \to AC = 2d\tan\theta_2 \tag{D.7}$$

$$\sin\theta_1 = \frac{AD}{AC} \to AD = AC\sin\theta_1 = 2d\tan\theta_2\sin\theta_2 \tag{D.8}$$

Portanto, a diferença de fase fica:

$$\begin{aligned}
\delta &= \frac{k_1}{n_1}\left(n_2 l_2 - n_1 l_1\right) - \pi \\
&= \frac{k_1}{n_1}\left(n_2(2AB) - n_1(AD)\right) - \pi \\
&= \frac{k_1}{n_1}\left(n_2\frac{2d}{\cos\theta_2} - n_1 2d\tan\theta_2\sin\theta_1\right) - \pi \\
&= \frac{k_1}{n_1}\frac{2d}{\cos\theta_2}\left(n_2 - n_1\sin\theta_2\sin\theta_1\right) - \pi \qquad \text{(use Snell : } n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2\text{)} \\
&= \frac{k_1}{n_1}\frac{2dn_2}{\cos\theta_2}\left(1 - \sin^2\theta_2\right) - \pi \\
&= \frac{k_1}{n_1}2dn_2\cos\theta_2 - \pi
\end{aligned} \tag{D.9}$$

Para interferência construtiva dos raios 1 e 2, devemos ter

$$\delta = m2\pi, \quad m = 1, 2, 3, ... \tag{D.10}$$

Portanto

$$\begin{aligned}
\frac{k_1}{n_1}2dn_2\cos\theta_2 - \pi &= 2\pi m \\
\frac{k_1}{n_1}2dn_2\cos\theta_2 &= 2\pi\left(m + \frac{1}{2}\right) \\
\frac{2\pi}{\lambda_1 n_1}2dn_2\cos\theta_2 &= 2\pi\left(m + \frac{1}{2}\right) \\
2dn_2\cos\theta_2 &= n_1\lambda_1\left(m + \frac{1}{2}\right) \qquad \text{(use: } n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2\text{)}
\end{aligned}$$

$$\boxed{\to 2d\cos\theta_2 = \lambda_2\left(m + \frac{1}{2}\right)} \tag{D.11}$$

Quando $\theta_1 \approx \theta_2 \approx 0$ (incidência normal), $\cos\theta_2 \approx 1$ e temos

$$2d = \lambda_2\left(m + \frac{1}{2}\right) \tag{D.12}$$

O caminho extra ($2d$) percorrido pelo raio 2 deve corresponder a um número inteiro de comprimentos de onda no meio 2 ($m\lambda_2$), a menos da mudança de fase do raio 1, que requer adição de $\lambda_2/2$.