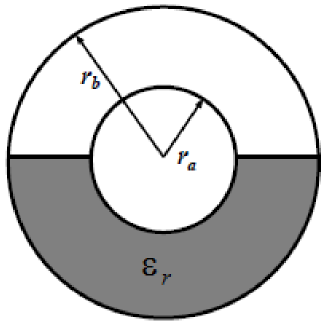
3^a Lista de Exercícios – Eletromagnetismo I – Noturno

Entrega: 30 de Setembro

3.1 — A energia potencial de um dipolo num campo externo **E** uniforme é dada por $U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$ – ou seja, a configuração de mínima energia tem o dipolo alinhado com o campo externo. Encontre a energia potencial de dois dipolos, $\mathbf{p}_1$ e $\mathbf{p}_2$, separados por uma distância qualquer $\mathbf{r}$.

3.2 — Um dipolo perfeito **p** está situado a uma distância z acima de um plano infinito condutor aterrado. O dipolo faz um ângulo θ com o plano. Encontre o torque em **p**. Se o dipolo se encontra livre para rodar, em qual posição ele irá parar?

3.3 — Um capacitor esférico isolado possui carga $+Q$ sobre o condutor interno (raio r_a) e carga $-Q$ sobre o condutor externo (raio r_b). A seguir, preenchemos a metade *inferior* do volume entre os dois condutores com um óleo de constante dielétrica relativa ϵ_r, conforme indicado na figura abaixo.



1. Calcule o módulo do campo elétrico no volume entre os dois condutores em função da distância r desde o centro do capacitor. Dê respostas válidas para a metade superior (imersa no óleo) e para a metade inferior desse volume (onde há o vácuo).
2. Determine a densidade superficial de cargas livres sobre o condutor interno e sobre o condutor externo.
3. Calcule a densidade superficial de cargas de polarização sobre as superfícies interna (r_a) e externa (r_b) do dielétrico.
4. Qual é a densidade de carga de polarização sobre a superfície plana que separa as metades inferior e superior do dielétrico? Explique.
5. Determine a capacitância do sistema.

3.4 — Um cilindro dielétrico linear muito grande, de raio a e suceptibilidade χ_e, é colocado em um campo elétrico uniforme $\vec{E}_0$ perpendicular ao eixo do cilindro. Encontre o campo elétrico resultante dentro do cilindro. [*Dica: você vai precisar da base de soluções da equação de Laplace em coordenadas cilíndricas, no caso de simetria por translações ao longo do eixo z. Então, comece encontrando a base de funções apropriada para esse tipo de problema.*]

3.5 — Uma casca esférica de raio interno a e raio externo b é feita de um material dielétrico com polarização "fixa" dada por $\vec{P}(\vec{r}) = \frac{k}{r}\hat{r}$, onde k é uma constante e r é a distância do centro da casca. Considerando que não há cargas livres no problema, encontre o campo elétrico em todas as três regiões usando dois métodos diferentes:

1. Encontre todas as cargas ligadas (ou de polarização), e use a lei de Gauss para calcular o campo gerado.
2. Use a equação $\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q_l$ para encontrar o vetor deslocamento elétrico e então obter o campo elétrico $\vec{E}$.

3.6 — Em 1897 J. J. Thomson "descobriu" o elétron medindo a razão carga-massa dos "raios catódicos" (que, na verdade, são feixes de elétrons de carga q e massa m) do seguinte modo:

(a) Inicialmente ele passou o feixe de elétrons por um campo elétrico e magnético, ambos uniformes e perpendiculares um ao outro. A direção do feixe, por sua vez, era perpendicular aos campos elétrico e magnético. Ele então ajustou o campo elétrico de modo que o feixe não possuísse deflexão. Qual era a velocidade das partículas, nessa situação, em termos de $\vec{E}$ e $\vec{B}$?

(b) Após as medidas feitas nessa primeira fase, Thomson desligou o campo magnético e mediu o raio de curvatura R do feixe devido à deflexão do feixe pelo campo magnético. Usando o resultado do item anterior para a velocidade do feixe de elétrons, encontre a razão q/m em termos do raio de curvatura R do feixe e dos campos e $\mathbf{E}$ e $\mathbf{B}$.

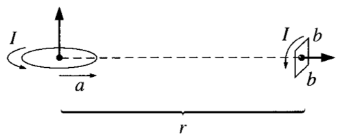
3.7 — Um cilindro condutor muito longo de raio a conduz uma corrente I ao longo de seu eixo z. A densidade de corrente $\vec{J}$ no interior do cilindro varia de acordo com a expressão abaixo:

$$\vec{J}(r,\phi,z) = \hat{z}\frac{J_0}{r}\sin\left(\frac{\pi r}{a}\right),$$

onde r é a distância radial entre o ponto considerado e o eixo do cilindro.

1. Determine a constante J_0 em termos de I e a.
2. Calcule o campo magnético $\vec{B}$ fora do cilindro condutor $(r > a)$ e expresse seu resultado em termos de I e a.
3. Calcule o campo magnético $\vec{B}$ no interior do cilindro condutor $(r < a)$ e expresse seu resultado em termos de I e a.
4. Esboce um gráfico qualitativo do módulo do campo magnético, $\vec{B}(r)$, indicando seu comportamento em $r = 0$ e $r = a$.

3.8 — Calcule o torque exercido em um laço quadrado (mostrado na figura abaixo) devido a um laço circular (assuma r muito maior que a ou b). Se o laço quadrado puder rodar livremente, qual será a sua orientação de equilíbrio?



3.9 — Um cilindro infinito de raio R carrega uma magnetização "fixa" paralela ao eixo, $\mathbf{M} = kr\hat{\mathbf{z}}$, onde k é uma constante e r é a distância ao eixo; não há correntes livres no cilindro. Encontre o campo magnético dentro e fora do cilíndro.

3.10 — Em junho de 2015, a IKEA promoveu o primeiro salto de *bungee jump* sem fio.... ou não? Assista o vídeo: `https://www.youtube.com/watch?v=8M6M1ZDo8N8`. Nesse exercício estimaremos as condições necessárias para que aquele salto fosse possível. Para simplificar as contas, suponha que a roupa "magnética" do homem que salta possa ser aproximada por um momento de dipolo $m = 5 \times 10^3$ Am^2, e que o campo magnético em solo seja gerado por uma laço circular de N espiras com raio de 1 metro. Estime os parâmetros da queda do salto, e a partir disso, calcule o campo magnético necessário para desacelerar a queda. Compare, ainda, esse valor do campo magnético com o valor gerado no centro da espira circular. Os resultados parecem plausíveis?