4^a Lista de Exercícios – Eletromagnetismo I – Noturno

Entrega: 4 de Novembro em sala de aula

4.1 — Um cilindro infinito de raio R carrega uma magnetização "fixa" paralela ao eixo, $\mathbf{M} = kr\hat{\mathbf{z}}$, onde k é uma constante e r é a distância ao eixo; não há correntes livres no cilindro. Encontre o campo magnético dentro e fora do cilíndro.

4.2 — Em junho de 2015, a IKEA promoveu o primeiro salto de *bungee jump* sem fio.... ou não? Assista o vídeo: `https://www.youtube.com/watch?v=8M6M1ZDo8N8`. Nesse exercício estimaremos as condições necessárias para que aquele salto fosse possível. Para simplificar as contas, suponha que a roupa "magnética" do homem que salta possa ser aproximada por um momento de dipolo $m = 5 \times 10^3$ Am^2, e que o campo magnético em solo seja gerado por uma laço circular de N espiras com raio de 1 metro. Estime os parâmetros da queda do salto, e a partir disso, calcule o campo magnético necessário para desacelerar a queda. Compare, ainda, esse valor do campo magnético com o valor gerado no centro da espira circular. Os resultados parecem plausíveis?

4.3 — Uma esfera de raio R possui uma magnetização ao longo do eixo z dada por $\vec{M} = (M_0 + M_1 z^2)\hat{z}$. Encontre os campos magnéticos $\vec{B}$ e $\vec{H}$ em todo o espaço, e esboce uma figura que represente as linhas desses dois campos. **Dica**: como não há "correntes livres", $\nabla \times \vec{H} = 0$ e é possível definir um potencial escalar ϕ_M tal que $\vec{H} = -\nabla\phi_M$.

4.4 — Um cilindro muito longo, de raio R e material com permeabilidade magnética μ, é colocado num campo magnético externo $\vec{B}_0$ que faz um ângulo reto com o eixo do cilindro. Calcule $\vec{B}$ e $\vec{H}$ em todo o espaço. Calcule também as densidades e correntes superficiais de magnetização.

4.5 — Um espelho magnético

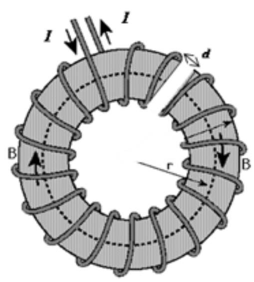
a. Uma partícula carregada se move num plano perpendicular a um campo magnético uniforme $\vec{B}$. Mostre que, se $\vec{B}$ varia lentamente com o tempo, então o momento de dipolo magnético produzido pelo movimento orbital da carga permanece constante. Mostre também que o fluxo magnético através da órbita, $\Phi = \pi r^2 B$, é constante. Essas constantes têm o nome sofisticado de "invariantes adiabáticos do movimento".

b. Vamos agora mostrar como se faz um espelho magnético. Suponha que o campo magnético cresce lentamente na direção z. Se a partícula tiver uma pequena velocidade na direção z, então o campo magnético no qual ela está imersa vai crescer lentamente à medida que ela avança sobre o eixo z. Como o fluxo através da órbita da partícula deve permanescer constante, o raio dessa órbita deve diminuir, e a velocidade deve aumentar. Mas os campos magnéticos não podem alterar a *magnitude* da velocidade, o que significa que v_z deve *diminuir*! De fato, se o campo crescer o suficiente, a velocidade na direção z chegará a zero, e a partícula então cai numa espécie de "arapuca" magnética.

   Escreva a velocidade como:
$$v^2 = v_\perp^2 + v_z^2\,.$$

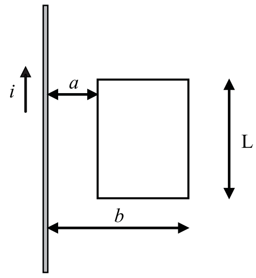
   Use o resultado do item (a) acima para mostrar que $v_z^2 \approx v(0)^2 - v_\perp^2(0)\frac{B_z(z)}{B_z(0)}$, onde $v(0)$ é a velocidade inicial, $v_\perp(0)$ é a velocidade orbital inicial, e $B_z(0)$ é a componente z do campo magnético na posição inicial.

4.6 — Um solenoide tem N espiras circulando um núcleo de ferro toroidal, de raio médio r e seção transversal de raio a ($r \gg a$). No entanto o toro de ferro apresenta uma pequena descontinuidade de largura d, como mostrado na figura ao lado. Calcule a energia magnética armazenada em função da corrente I das espiras e da



largura d da fenda no regime onde a permeabilidade do ferro, μ, é muito grande. Calcule a força necessária para impedir que a fenda se feche. Suponha que o campo máximo na fenda é 1,5 tesla. Expresse a força/área que tende a fechar o vão em termos da pressão atmosférica.

4.7 — O fio retilíneo muito longo da figura ao lado conduz uma corrente i no sentido indicado, cuja magnitude está crescendo a uma taxa di/dt.



a. Quando a corrente no fio é igual a i, calcule o fluxo magnético através da espira retangular.

b. Obtenha uma expressão para a força eletromotriz induzida na espira.

c. Suponha agora que a corrente no fio retilíneo seja constante com valor i. Se alguém movimentar a espira retangular para a direita, com velocidade v, qual é a força eletromotriz gerada na espira, e qual o sentido da corrente na espira irá circular?

4.8 — Um solenoide longo, de raio a é alimentado com corrente alternada, de modo que o campo em seu interior seja função do tempo e expresso por: $\vec{B}(t) = B_0 \cos \omega t$. Uma espira circular, de raio $a/2$ e resistência R é colocada no interior do solenoide com seu vetor de área paralelo à direção $+z$. Encontre a corrente induzida no laço circular em função do tempo.

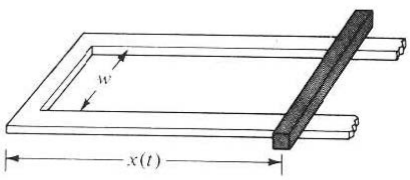
4.9 — Uma barra metálica uniforme de massa m pode deslizar com atrito desprezível ao longo de um par de trilhos horizontais fixos e separados por uma distância w, conforme mostra a figura abaixo. Sabendo que a resistência elétrica total deste sistema é R, e que um campo magnético uniforme, estacionário, orientado verticalmente e de módulo B, permeia o circuito, responda os seguintes itens:

a. Determine a corrente i induzida no circuito em termos de R, B, w e v, a velocidade instantânea da barra. Considere como o sentido positivo da corrente na barra aquele indicado na figura. Ao determinar a corrente induzida, despreze o campo magnético produzido pela própria corrente;

b. Suponha que em $t = 0$ a barra esteja numa posição x_0 e com velocidade v_0. Determine $x(t)$ e $v(t)$;

c. A energia cinética inicial da barra era $\frac{1}{2}mv_0^2$. Verifique que a energia dissipada pela resistência da barra é exatamente $\frac{1}{2}mv_0^2$.

d. É justificável desprezar no item (a) o campo magnético produzido pela corrente induzida? Para responder esse item, calcule a razão entre o maior valor do campo magnético produzido pela corrente induzida (B_i) e o valor do campo aplicado (B). Estime B_i calculando o campo magnético na superfície da barra livre, assumindo que ela é muito longa e tem secção transversal circular com raio $a = 3{,}0$ mm.



4.10 — Considere um transformador de núcleo de ar na forma de dois solenoides cilíndricos concêntricos de comprimento ℓ e raios $r_1 < r_2$. Cada solenoide é composto por N_i espiras, cuja resistência total é R_i. Considere que o solenoide externo tem seus terminais mantidos em curto-circuito. Para efeitos de cálculo, despreze efeitos de borda.

a. Calcule a indutância do solenoide interno (L_1) e externo (L_2) usando a definição $L_i = \frac{\Phi_i}{I_i}$, e calcule a indutância mútua M entre os solenoides.

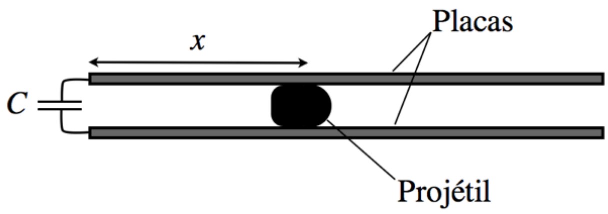
b. Utilizando o item anterior, deduza as correntes $I_1(t)$ e $I_2(t)$ nas bobinas, admitindo que o solenoide interno é alimentado por uma tensão $V_1(t) = V_0 \cos(\omega t)$. [**Dica**: Basta resolver as equações acopladas dos circuitos para determinar $I_2(t)$.]

c. Calcule a potência média dissipada no solenoide externo.

4.11 — Uma casca esférica condutora de raio a está sujeita a um campo magnético constante $B = B_0\hat{z}$, e gira com velocidade angular ω ao redor do eixo z. Calcule a força eletromotriz induzida entre o polo Norte ($z = a$) e o equador ($z = 0$) dessa esfera.

4.12 — Considere dois anéis condutores idênticos, de raio R, que estejam paralelos um ao outro, mas separados por uma distância d ($d > R$). Encontre o valor aproximado para a indutância mútua entre os dois anéis. Suponha que o anel inferior carregue uma corrente $I = I_0 \cos \omega t$. Calcule aproximadamente a força eletromotriz induzida no outro anel. [**Dica**: você pode aproximar o campo magnético de um anel pelo campo de um dipolo magnético.]

4.13 — Um canhão eletromagnético consiste de duas placas paralelas estreitas, conectadas a uma fonte de alta voltagem (geralmente isso é feito por meio de um capacitor muito potente). O projétil é feito de material condutor, e pode correr por entre as placas, como indicado na figura. A corrente intensa que flui pelas placas e pelo projétil gera um campo magnético poderoso, que interage com a corrente que flui pelo projétil. Essa auto-indutância do sistema é a causa da aceleração do projétil.



a. Mostre que, se a fonte produz uma corrente constante, a força no projétil é diretamente proporcional ao produto do quadrado da corrente e da auto-indutância por unidade de comprimento das placas. [**Dica**: despreze a resistência e mostre que o balanço de energia do sistema é: $dW + \frac{1}{2}I^2dL = I^2dL$, onde dW é o trabalho realizado pelo projétil, $\frac{1}{2}I^2dL$ é o aumento da energia do campo magnético e I^2dL é o trabalho feito pela fonte de voltagem para manter a corrente constante.]

b. Suponha que a indutância por unidade de comprimento é 10 h. Estime a corrente necessária para acelerar um projétil de 200 g até uma velocidade de 1000 m/s, em um canhão de 1 m de comprimento.