1.56 Os matemáticos, os físicos e outros pesquisadores trabalham com números grandes. Os matemáticos inventaram o nome extravagante de *googol* para designar 10^{100}. Vamos comparar alguns números grandes existentes na física com o *googol*. (*Nota*: Este problema necessita do uso de alguns valores numéricos existentes nos apêndices deste livro, com os quais seria conveniente você se familiarizar.) a) Estime o número aproximado de átomos existentes em nosso planeta. Para facilitar, considere a massa atômica dos átomos igual a 14 g/mol. O número de Avogadro fornece o número de átomos existentes em um mol. b) Estime o número aproximado de nêutrons existentes em uma estrela de nêutrons. Uma estrela de nêutrons é constituída quase que exclusivamente de nêutrons e possui massa igual a duas vezes a massa do Sol. c) Na teoria principal acerca da origem do universo, todo o universo observável ocupava em tempos primordiais um raio igual à atual distância entre a Terra e o Sol. Naquela época, o universo possuía densidade (massa/volume) de 10^{15} g/cm^3. Estime o número de partículas existentes no universo supondo que naquela época a composição das partículas era: $\frac{1}{3}$ de prótons, $\frac{1}{3}$ de elétrons e $\frac{1}{3}$ de nêutrons.

1.57 Você deseja programar o movimento do braço de um robô em uma linha de montagem. Seu primeiro deslocamento é $\vec{A}$; seu segundo deslocamento é $\vec{B}$, cujo módulo é igual a 6,40 cm, orientado formando um ângulo de 63,0°, medido considerando-se uma rotação do eixo $+Ox$ para o eixo $-Oy$. A resultante $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ dos dois deslocamentos deve também possuir módulo igual a 6,40 cm, porém formando um ângulo de 22,0°, medido considerando-se uma rotação do eixo $+Ox$ para o eixo $+Oy$. a) Desenhe um diagrama em escala aproximada para estes vetores. b) Ache os componentes de $\vec{A}$. c) Ache o módulo, a direção e o sentido de $\vec{A}$.

1.58 a) Ache o módulo, a direção e o sentido do vetor $\vec{R}$ que é a soma dos três vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$ indicados na Figura 1.26. Desenhe um diagrama para mostrar como $\vec{R}$ é formado com os três vetores indicados na Figura 1.26. b) Ache o módulo, a direção e o sentido do vetor $\vec{S} = \vec{C} - \vec{A} - \vec{B}$. Desenhe um diagrama para mostrar como $\vec{S}$ é formado com os três vetores indicados na Figura 1.26.

1.59 Como dissemos no Exercício 1.31, uma espeleóloga está pesquisando uma caverna. Ela percorre 180 m em linha reta de leste para oeste, depois caminha 210 m em uma direção que forma 45° com a direção anterior e em sentido do sul para o leste, a seguir percorre 280 m a 30° no sentido do norte para o leste. Depois de um quarto deslocamento, ela retorna ao ponto de partida. Use o método dos componentes para determinar o módulo, a direção e o sentido do quarto deslocamento. Verifique que a solução obtida usando-se um diagrama em escala é aproximadamente igual ao resultado obtido pelo método dos componentes.

1.60 Uma velejadora encontra ventos que impelem seu pequeno barco a vela. Ela veleja 2,00 km de oeste para leste, a seguir 3,50 km para sudeste e depois uma certa distância em direção desconhecida. No final do trajeto ela se encontra a 5,80 km diretamente a leste de seu ponto de partida (Figura 1.29). Determine o módulo, a direção e o sentido do terceiro deslocamento. Faça um diagrama em escala da soma vetorial dos deslocamentos e mostre que ele concorda aproximadamente com o resultado obtido mediante a solução numérica.

1.61 Um esquiador percorre 2,80 km com ângulo de 45,0° considerando rotação em sentido do sul para o oeste, a seguir 7,40 km a 30,0° em sentido do leste para o norte, e finalmente 3,30 km a 22,0° em sentido do oeste para o sul. a) Mostre estes deslocamentos em um diagrama. b) Qual é a distância entre o início e o fim do trajeto?

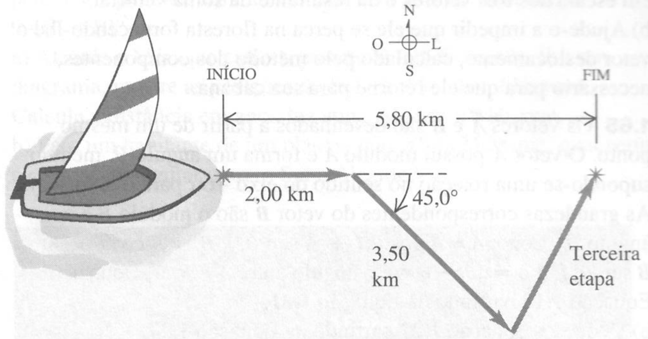

FIGURA 1.29 Problema 1.60.

1.62 Em um vôo de treinamento, uma aprendiz de piloto voa de Lincoln, no Estado de Nebraska, até Clarinda, no Iowa; a seguir até St. Joseph, no Missouri; depois até Manhattan, no Kansas (Figura 1.30). Os ângulos formados pelos deslocamentos são medidos em relação ao norte: 0° significa o sentido do sul para o norte, 90° é o leste, 180° é o sul e 270° é o oeste. Use o método dos componentes para achar a) a distância que ela terá de voar para voltar para Lincoln; b) a direção e o sentido que ela deverá voar para voltar ao ponto de partida. Ilustre a solução fazendo um diagrama vetorial.

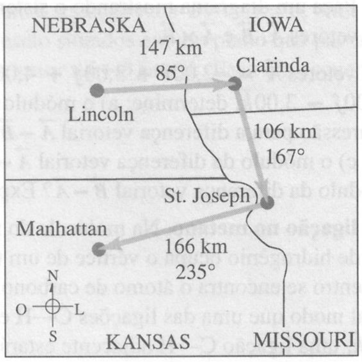

FIGURA 1.30 Problema 1.62.

1.63 Uma artista está criando um novo logotipo para a página de sua companhia na Internet. No programa gráfico que ela está usando, cada *pixel* em um arquivo de imagem possui coordenadas (x, y), onde a origem (0, 0) está situada no canto superior esquerdo da imagem, o eixo $+Ox$ aponta para a direita e o eixo $+Oy$ aponta para baixo. As distâncias são medidas em *pixels*. a) A artista desenha uma linha ligando o local do *pixel* (10, 20) com o local (210, 200). Ela deseja desenhar uma segunda linha que começa em (10, 20), tem comprimento de 250 *pixels* e forma um ângulo de 30° medido no sentido dos ponteiros do relógio a partir da direção inicial. Qual o local do *pixel* no qual esta segunda linha deve terminar? Dê a resposta com os algarismos significativos do *pixel* indicado. b) A artista desenha agora uma flecha ligando a extremidade direita inferior da primeira linha com a extremidade direita inferior da segunda linha. Determine o módulo, a direção e o sentido desta flecha. Faça um diagrama mostrando as três linhas.

1.64 Um explorador de uma densa floresta na África equatorial deixa sua cabana. Ele dá 40 passos no sentido nordeste, depois 80 passos em uma direção que forma um ângulo de 60° considerando a rotação no sentido do oeste para o norte, a seguir 50 passos diretamente para o sul. a) Faça um diagrama aproximadamente

em escala dos três vetores e da resultante da soma vetorial.
b) Ajude-o a impedir que ele se perca na floresta fornecendo-lhe o vetor deslocamento, calculado pelo método dos componentes, necessário para que ele retorne para sua cabana.

1.65 Os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ são desenhados a partir de um mesmo ponto. O vetor $\vec{A}$ possui módulo A e forma um ângulo θ_A medido supondo-se uma rotação no sentido do eixo $+Ox$ para o eixo $+Oy$. As grandezas correspondentes do vetor $\vec{B}$ são o módulo B e o ângulo θ_B. Logo, $\vec{A} = A\cos\theta_A\hat{\imath} + A\,\text{sen}\,\theta_A\hat{\jmath}$, $\vec{B} = B\cos\theta_B\hat{\imath} + B\,\text{sen}\,\theta_B\hat{\jmath}$, e $\phi = |\theta_B - \theta_A|$ é o ângulo entre $\vec{A}$ e $\vec{B}$. a) Deduza a Equação 1.18 partindo da Equação 1.21.
b) Deduza a Equação 1.22 partindo da Equação 1.27.

1.66 Para os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ desenhados na Figura 1.28, a) ache o produto escalar $\vec{A}\cdot\vec{B}$; b) determine o módulo, a direção e o sentido do produto vetorial $\vec{A}\times\vec{B}$.

1.67 A Figura 1.6c mostra um paralelogramo cujos lados são os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$. a) Mostre que o módulo do produto vetorial destes vetores é igual à área deste paralelogramo. (*Sugestão*: área = base × altura.) b) Qual é o ângulo entre o produto vetorial e o plano deste paralelogramo?

1.68 O vetor $\vec{A}$ possui comprimento de 3,50 cm e aponta para o interior desta página. O vetor $\vec{B}$ aponta do canto direito inferior desta página para o canto esquerdo superior desta página. Defina um sistema apropriado de coordenadas com orientação da mão direita e ache os três componentes do produto vetorial $\vec{A}\times\vec{B}$, medidos em cm^2. Faça um diagrama mostrando o sistema de coordenadas e os vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{A}\times\vec{B}$.

1.69 Dados dois vetores $\vec{A} = -2{,}00\hat{\imath} + 3{,}00\hat{\jmath} + 4{,}00\hat{k}$ e $\vec{B} = 3{,}00\hat{\imath} + 1{,}00\hat{\jmath} - 3{,}00\hat{k}$, determine: a) o módulo de cada vetor; b) uma expressão para a diferença vetorial $\vec{A}-\vec{B}$, usando vetores unitários; c) o módulo da diferença vetorial $\vec{A}-\vec{B}$. É este valor igual ao módulo da diferença vetorial $\vec{B}-\vec{A}$? Explique.

1.70 Ângulo da ligação no metano. Na molécula do metano, CH_4, cada átomo de hidrogênio ocupa o vértice de um tetraedro regular em cujo centro se encontra o átomo de carbono. Usando coordenadas de tal modo que uma das ligações C—H esteja na direção $\hat{\imath} + \hat{\jmath} + \hat{k}$, uma ligação C—H adjacente estará na direção $\hat{\imath} - \hat{\jmath} - \hat{k}$. Calcule o ângulo entre estas duas ligações.

1.71 Os dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ são desenhados a partir de um mesmo ponto e $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$. a) Mostre que quando $C^2 = A^2 + B^2$ o ângulo entre os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é 90°. b) Mostre que quando $C^2 < A^2 + B^2$, o ângulo entre os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é maior do que 90°. c) Mostre que quando $C^2 > A^2 + B^2$ o ângulo entre os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ está compreendido entre 0° e 90°.

1.72 Quando dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ são desenhados a partir de um mesmo ponto, o ângulo entre eles é ϕ. a) Usando técnicas vetoriais, mostre que o módulo da soma destes vetores é dado por

$$\sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\phi}.$$

b) Se $\vec{A}$ e $\vec{B}$ possuem o mesmo módulo, qual deve ser o valor de ϕ para que o módulo da soma destes vetores seja igual ao módulo de $\vec{A}$ ou de $\vec{B}$? c) Deduza um resultado análogo ao do item (a) para o módulo da diferença vetorial $\vec{A}-\vec{B}$. d) Se $\vec{A}$ e $\vec{B}$ possuem o mesmo módulo, qual deve ser o valor de ϕ para que o módulo de $\vec{A}-\vec{B}$ seja igual ao módulo de $\vec{A}$ ou de $\vec{B}$?

1.73 Um cubo é colocado de modo que um dos seus vértices esteja na origem e três arestas coincidam com os eixos x, y e z de um sistema de coordenadas (Figura 1.31). Use vetores para calcular a) o ângulo entre a aresta ao longo do eixo z (linha ab) e a diagonal da origem até o vértice oposto (linha ad); b) o ângulo entre a linha ac (a diagonal de uma das faces) e a linha ad.

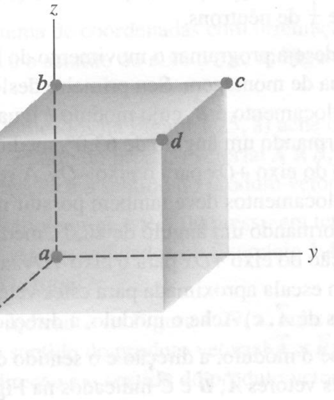

FIGURA 1.31 Problema 1.73.

1.74 Obtenha um *vetor unitário* ortogonal aos dois vetores indicados no Problema 1.69.

1.75 Mais tarde em nossos estudos de física encontraremos grandezas representadas por $(\vec{A}\times\vec{B})\cdot\vec{C}$. a) Quaisquer que sejam os vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$, prove que $\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) = (\vec{A}\times\vec{B})\cdot\vec{C}$. b) Calcule $(\vec{A}\times\vec{B})\cdot\vec{C}$ para os três vetores seguintes: $\vec{A}$ com módulo $A = 5{,}00$ e ângulo $\theta_A = 26{,}0°$ medido supondo-se uma rotação no sentido do eixo $+Ox$ para o eixo $+Oy$, $\vec{B}$ com módulo $B = 4{,}00$ e ângulo $\theta_B = 63{,}0°$ e $\vec{C}$ com módulo $C = 6{,}00$ e orientado ao longo do eixo $+Oz$. Os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ estão sobre o plano xy.

PROBLEMAS DESAFIADORES

1.76 O comprimento de um retângulo é dado por $L \pm l$ e sua largura é $W \pm w$. a) Mostre que a incerteza na área A é dada por $a = Lw + lW$. Suponha que as incertezas l e w sejam pequenas, de modo que o produto lw é muito pequeno e pode ser desprezado. b) Mostre que a incerteza fracionária na área é igual à soma da incerteza fracionária do comprimento com a incerteza fracionária da largura. c) Um paralelepípedo possui dimensões $L \pm l$, $W \pm w$ e $H \pm h$. Ache a incerteza fracionária do seu volume e mostre que ela é igual à soma das incertezas fracionárias do comprimento, da largura e da altura.

1.77 Em um jogo de futebol, a bola está inicialmente no centro do campo. Considere um sistema de coordenadas Oxy no plano do campo e cujo centro O coincida com o centro do campo. Depois do primeiro chute, a bola se encontra na posição $3{,}0\hat{\imath} - 4{,}0\hat{\jmath}$, onde as unidades são em metros. Determine: a) o módulo do deslocamento inicial da bola, b) o ângulo entre este vetor e o eixo $+Ox$.