

Correspondência AdS/CFT e Integrabilidade

Victor O. Rivelles

Instituto de Física
Universidade de São Paulo

Colóquio do DFMA – 29/10/2007

- 1 Breve descrição da correspondência AdS/CFT
- 2 Integrabilidade na teoria de gauge
- 3 Integrabilidade na teoria de cordas

AdS/CFT Correspondence

- A teoria de cordas em $AdS_5 \times S^5$ é equivalente a teoria de gauge supersimétrica (SYM) com $\mathcal{N} = 4$ no espaço de Minkowski em 4 dimensões.

AdS/CFT Correspondence

- A teoria de cordas em $AdS_5 \times S^5$ é equivalente a teoria de gauge supersimétrica (SYM) com $\mathcal{N} = 4$ no espaço de Minkowski em 4 dimensões.
- Teoria de SYM: 1 campo de gauge A_μ , 6 escalares ϕ^a e 4 spinores ψ^i , todos na representação adjunta de $U(N)$.

$$S = \frac{1}{2g_{YM}^2} \int d^4x \text{Tr} \left[-\frac{1}{4} F^2 + D^\mu \phi^a D_\mu \phi^a + \bar{\psi}^i i\gamma^\mu D_\mu \psi^i - \sum_{a < b} [\phi^a, \phi^b]^2 \right]$$

- Expansão perturbativa no parâmetro de t'Hooft $\lambda = g_{YM}^2 N$: conveniente para separar gráficos planares.

AdS/CFT Correspondence

- A teoria de cordas em $AdS_5 \times S^5$ é equivalente a teoria de gauge supersimétrica (SYM) com $\mathcal{N} = 4$ no espaço de Minkowski em 4 dimensões.
- Teoria de SYM: 1 campo de gauge A_μ , 6 escalares ϕ^a e 4 spinores ϕ^i , todos na representação adjunta de $U(N)$.

$$S = \frac{1}{2g_{YM}^2} \int d^4x \text{Tr} \left[-\frac{1}{4} F^2 + D^\mu \phi^a D_\mu \phi^a + \bar{\psi}^i i \gamma^\mu D_\mu \phi^i - \sum_{a < b} [\phi^a, \phi^b]^2 \right]$$

- Expansão perturbativa no parâmetro de t'Hooft $\lambda = g_{YM}^2 N$: conveniente para separar gráficos planares.
- Teoria de cordas abertas no espaço de Minkowski em 10D descreve uma teoria de gauge supersimétrica mais modos massivos.
- Teoria de cordas fechadas no espaço de Minkowski em 10D descreve uma teoria de supergravidade mais modos massivos.

AdS/CFT Correspondence

- A teoria de cordas em $AdS_5 \times S^5$ é equivalente a teoria de gauge supersimétrica (SYM) com $\mathcal{N} = 4$ no espaço de Minkowski em 4 dimensões.
- Teoria de SYM: 1 campo de gauge A_μ , 6 escalares ϕ^a e 4 spinores ψ^i , todos na representação adjunta de $U(N)$.

$$S = \frac{1}{2g_{YM}^2} \int d^4x \operatorname{Tr} \left[-\frac{1}{4} F^2 + D^\mu \phi^a D_\mu \phi^a + \bar{\psi}^i i\gamma^\mu D_\mu \psi^i - \sum_{a < b} [\phi^a, \phi^b]^2 \right]$$

- Expansão perturbativa no parâmetro de t'Hooft $\lambda = g_{YM}^2 N$: conveniente para separar gráficos planares.
- Teoria de cordas abertas no espaço de Minkowski em 10D descreve uma teoria de gauge supersimétrica mais modos massivos.
- Teoria de cordas fechadas no espaço de Minkowski em 10D descreve uma teoria de supergravidade mais modos massivos.
- Teoria de cordas fechadas em $AdS_5 \times S^5$: S^5 possui curvatura positiva R e AdS_5 possui curvatura negativa R . Possui ainda um campo de gauge com fluxo quantizado e igual a N e um dilaton com valor esperado g_s .

$$S = \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^2\sigma (G_{\mu\nu}^{(AdS_5)} \partial^\alpha X^\mu \partial_\alpha X^\nu + G_{ab}^{(S^5)} \partial^\alpha Y^a \partial_\alpha Y^b) + \dots$$

$$-(X^0)^2 + (X^1)^2 + \dots + (X^4)^2 - (X^5)^2 = R^2$$

$$(Y^1)^2 + \dots + (Y^6)^2 = R^2$$

- Limite de curvatura R grande: supergravidade em 10 D.

Dualidade

- A correspondência afirma que

$$\lambda = \frac{R^4}{\alpha'^2}, \quad g_{YM}^2 = 4\pi g_s \quad (\text{ou } \lambda = 4\pi g_s N)$$

- Dualidade entre regime de acoplamento fraco e forte.

Dualidade

- A correspondência afirma que

$$\lambda = \frac{R^4}{\alpha'^2}, \quad g_{YM}^2 = 4\pi g_s \quad (\text{ou } \lambda = 4\pi g_s N)$$

- Dualidade entre regime de acoplamento fraco e forte.
- **Como duas teorias tão diferentes podem ser equivalentes?**

- A correspondência afirma que

$$\lambda = \frac{R^4}{\alpha'^2}, \quad g_{YM}^2 = 4\pi g_s \quad (\text{ou } \lambda = 4\pi g_s N)$$

- Dualidade entre regime de acoplamento fraco e forte.
- **Como duas teorias tão diferentes podem ser equivalentes?**
- Em 2D uma equivalência bastante conhecida é a dualidade entre o **modêlo de sine-Gordon** e o **modêlo de Thirring massivo**.

- A correspondência afirma que

$$\lambda = \frac{R^4}{\alpha'^2}, \quad g_{YM}^2 = 4\pi g_s \quad (\text{ou } \lambda = 4\pi g_s N)$$

- Dualidade entre regime de acoplamento fraco e forte.
- **Como duas teorias tão diferentes podem ser equivalentes?**
- Em 2D uma equivalência bastante conhecida é a dualidade entre o **modêlo de sine-Gordon** e o **modêlo de Thirring massivo**.
- **Modêlo de sine-Gordon**: campo escalar

$$S = \int d^2x \left[\frac{1}{2}(\partial\phi)^2 + \frac{m^2}{\beta^2} \cos(\beta\phi) \right]$$

- Perturbativamente descreve um **campo escalar**. Possui **sólitons** (kinks, breathers, etc.) e bound states de sólitons.

- A correspondência afirma que

$$\lambda = \frac{R^4}{\alpha'^2}, \quad g_{YM}^2 = 4\pi g_s \quad (\text{ou} \quad \lambda = 4\pi g_s N)$$

- Dualidade entre regime de acoplamento fraco e forte.
- **Como duas teorias tão diferentes podem ser equivalentes?**
- Em 2D uma equivalência bastante conhecida é a dualidade entre o **modêlo de sine-Gordon** e o **modêlo de Thirring massivo**.
- **Modêlo de sine-Gordon**: campo escalar

$$S = \int d^2x \left[\frac{1}{2}(\partial\phi)^2 + \frac{m^2}{\beta^2} \cos(\beta\phi) \right]$$

- Perturbativamente descreve um **campo escalar**. Possui **sólitons** (kinks, breathers, etc.) e bound states de sólitons.
- **Modêlo de Thirring massivo**: **campo fermiônico**

$$S = \int d^2x \left[\bar{\psi} i \gamma \partial \psi - m \bar{\psi} \psi - \frac{g}{2} (\bar{\psi} \gamma^\mu \psi)^2 \right]$$

- Ambas teorias são equivalentes se as constantes de acoplamento estiverem relacionadas por:

$$\frac{g}{\pi} = \frac{4\pi}{\beta^2} - 1 \quad (1)$$

- Dualidade entre regime de acoplamento fraco e forte!

■ Como podem ser equivalentes?

- Ambas teorias são integráveis.
- Não existe grupo de rotação em 2D.

■ **Fórmula de bosonização** de Mandelstam $\psi =: e^{i\phi} : e \partial\phi =: \bar{\psi}\psi :.$

- Como podem ser equivalentes?
 - Ambas teorias são integráveis.
 - Não existe grupo de rotação em 2D.
 - **Fórmula de bosonização** de Mandelstam $\psi =: e^{i\phi} : e \partial\phi =: \bar{\psi}\psi :.$
- Em AdS/CFT existe uma dualidade entre uma **teoria de campos num espaço sem curvatura em 4D** com uma **teoria de cordas em 10D num espaço curvo!**

- Como podem ser equivalentes?
 - Ambas teorias são integráveis.
 - Não existe grupo de rotação em 2D.
 - Fórmula de bosonização de Mandelstam $\psi =: e^{i\phi} : e \partial\phi =: \bar{\psi}\psi :.$
- Em AdS/CFT existe uma dualidade entre uma teoria de campos num espaço sem curvatura em 4D com uma teoria de cordas em 10D num espaço curvo!
- Afinal, vivemos em 4D ou 10D? Em Minkowski ou AdS?

- Como podem ser equivalentes?
 - Ambas teorias são integráveis.
 - Não existe grupo de rotação em 2D.
 - **Fórmula de bosonização** de Mandelstam $\psi =: e^{i\phi} : e \partial\phi =: \bar{\psi}\psi :.$
- Em AdS/CFT existe uma dualidade entre uma **teoria de campos num espaço sem curvatura em 4D** com uma **teoria de cordas em 10D num espaço curvo!**
- Afinal, **vivemos em 4D ou 10D?** Em Minkowski ou AdS?
- Vamos testar um aspecto da correspondência: **simetrias globais**

- **Como podem ser equivalentes?**
 - Ambas teorias são integráveis.
 - Não existe grupo de rotação em 2D.
 - **Fórmula de bosonização** de Mandelstam $\psi =: e^{i\phi} : e \partial\phi =: \bar{\psi}\psi :.$
- Em AdS/CFT existe uma dualidade entre uma **teoria de campos num espaço sem curvatura em 4D** com uma **teoria de cordas em 10D num espaço curvo!**
- Afinal, **vivemos em 4D ou 10D?** Em Minkowski ou AdS?
- Vamos testar um aspecto da correspondência: **simetrias globais**

- **Simetrias da teoria de SYM**
- simetria conforme em 4D: **SO(4,2)**

- Como podem ser equivalentes?
 - Ambas teorias são integráveis.
 - Não existe grupo de rotação em 2D.
 - Fórmula de bosonização de Mandelstam $\psi =: e^{i\phi} : e \partial\phi =: \bar{\psi}\psi :.$
- Em AdS/CFT existe uma dualidade entre uma teoria de campos num espaço sem curvatura em 4D com uma teoria de cordas em 10D num espaço curvo!
- Afinal, vivemos em 4D ou 10D? Em Minkowski ou AdS?
- Vamos testar um aspecto da correspondência: simetrias globais

- Simetrias da teoria de SYM
- Simetrias da teoria de cordas
- simetria conforme em 4D: $SO(4,2)$
- Isometria de AdS_5 : $SO(4,2)$

- **Como podem ser equivalentes?**
 - Ambas teorias são integráveis.
 - Não existe grupo de rotação em 2D.
 - **Fórmula de bosonização** de Mandelstam $\psi =: e^{i\phi} : e \partial\phi =: \bar{\psi}\psi :.$
- Em AdS/CFT existe uma dualidade entre uma **teoria de campos num espaço sem curvatura em 4D** com uma **teoria de cordas em 10D num espaço curvo!**
- Afinal, **vivemos em 4D ou 10D?** Em Minkowski ou AdS?
- Vamos testar um aspecto da correspondência: **simetrias globais**

- **Simetrias da teoria de SYM**
 - simetria conforme em 4D: **SO(4,2)**
- **Simetrias da teoria de cordas**
 - Isometria de AdS_5 : **SO(4,2)**
 - Isometria de S^5 : **SO(6)**

- Como podem ser equivalentes?
 - Ambas teorias são integráveis.
 - Não existe grupo de rotação em 2D.
 - Fórmula de bosonização de Mandelstam $\psi =: e^{i\phi} : e \partial\phi =: \bar{\psi}\psi :.$
- Em AdS/CFT existe uma dualidade entre uma teoria de campos num espaço sem curvatura em 4D com uma teoria de cordas em 10D num espaço curvo!
- Afinal, vivemos em 4D ou 10D? Em Minkowski ou AdS?
- Vamos testar um aspecto da correspondência: simetrias globais

- Simetrias da teoria de SYM
- simetria conforme em 4D: $SO(4,2)$
- simetria R: $SU(4)=SO(6)$
- Simetrias da teoria de cordas
- Isometria de AdS_5 : $SO(4,2)$
- Isometria de S^5 : $SO(6)$

- Como podem ser equivalentes?
 - Ambas teorias são integráveis.
 - Não existe grupo de rotação em 2D.
 - Fórmula de bosonização de Mandelstam $\psi =: e^{i\phi} : e \partial\phi =: \bar{\psi}\psi :.$
- Em AdS/CFT existe uma dualidade entre uma teoria de campos num espaço sem curvatura em 4D com uma teoria de cordas em 10D num espaço curvo!
- Afinal, vivemos em 4D ou 10D? Em Minkowski ou AdS?
- Vamos testar um aspecto da correspondência: simetrias globais

- Simetrias da teoria de SYM
- simetria conforme em 4D: $SO(4,2)$
- simetria R: $SU(4)=SO(6)$

- Simetrias da teoria de cordas
- Isometria de AdS_5 : $SO(4,2)$
- Isometria de S^5 : $SO(6)$

- Todas as simetrias globais são idênticas!

Dualidade

- Como podem ser equivalentes?
 - Ambas teorias são integráveis.
 - Não existe grupo de rotação em 2D.
 - Fórmula de bosonização de Mandelstam $\psi =: e^{i\phi} : e \partial\phi =: \bar{\psi}\psi :.$
- Em AdS/CFT existe uma dualidade entre uma teoria de campos num espaço sem curvatura em 4D com uma teoria de cordas em 10D num espaço curvo!
- Afinal, vivemos em 4D ou 10D? Em Minkowski ou AdS?
- Vamos testar um aspecto da correspondência: simetrias globais

- Simetrias da teoria de SYM
- Simetrias da teoria de cordas
- simetria conforme em 4D: $SO(4,2)$
- Isometria de AdS_5 : $SO(4,2)$
- simetria R: $SU(4)=SO(6)$
- Isometria de S^5 : $SO(6)$

- Todas as simetrias globais são idênticas!
- Para provar a correspondência deveríamos ser capazes de construir todas as funções de correlação da teoria de gauge e todos os estados da teoria de cordas: missão impossível!

Dualidade

■ Como podem ser equivalentes?

- Ambas teorias são integráveis.
- Não existe grupo de rotação em 2D.

■ **Fórmula de bosonização** de Mandelstam $\psi =: e^{i\phi} : e \partial\phi =: \bar{\psi}\psi :.$

- Em AdS/CFT existe uma dualidade entre uma **teoria de campos num espaço sem curvatura em 4D** com uma **teoria de cordas em 10D num espaço curvo!**
- Afinal, **vivemos em 4D ou 10D?** Em Minkowski ou AdS?
- Vamos testar um aspecto da correspondência: **simetrias globais**

■ Simetrias da teoria de SYM

- simetria conforme em 4D: **SO(4,2)**
- simetria R: **SU(4)=SO(6)**

■ Simetrias da teoria de cordas

- Isometria de AdS_5 : **SO(4,2)**
- Isometria de S^5 : **SO(6)**

- Todas as **simetrias globais são idênticas!**
- Para **provar** a correspondência deveríamos ser capazes de construir todas as **funções de correlação da teoria de gauge** e todos os **estados da teoria de cordas: missão impossível!**
- Entretanto, em vários limites, é possível mostrar que **setores de ambas teorias** de fato coincidem.

- Como podem ser equivalentes?
 - Ambas teorias são integráveis.
 - Não existe grupo de rotação em 2D.
 - Fórmula de bosonização de Mandelstam $\psi =: e^{i\phi} : e \partial\phi =: \bar{\psi}\psi :.$
- Em AdS/CFT existe uma dualidade entre uma teoria de campos num espaço sem curvatura em 4D com uma teoria de cordas em 10D num espaço curvo!
- Afinal, vivemos em 4D ou 10D? Em Minkowski ou AdS?
- Vamos testar um aspecto da correspondência: simetrias globais

- Simetrias da teoria de SYM
- Simetrias da teoria de cordas
- simetria conforme em 4D: $SO(4,2)$
- Isometria de AdS_5 : $SO(4,2)$
- simetria R: $SU(4)=SO(6)$
- Isometria de S^5 : $SO(6)$

- Todas as simetrias globais são idênticas!
- Para provar a correspondência deveríamos ser capazes de construir todas as funções de correlação da teoria de gauge e todos os estados da teoria de cordas: missão impossível!
- Entretanto, em vários limites, é possível mostrar que setores de ambas teorias de fato coincidem.
- Nos últimos anos foram encontrados setores integráveis nas duas teorias! Eles podem levar a uma prova da correspondência.

Integrabilidade em AdS/CFT

SYM com $\mathcal{N} = 4$

- É uma teoria **conforme!**

Integrabilidade em AdS/CFT

SYM com $\mathcal{N} = 4$

- É uma teoria **conforme!**
- Contém 1 campo de gauge, 6 escalares e 4 fermions

Integrabilidade em AdS/CFT

SYM com $\mathcal{N} = 4$

- É uma teoria **conforme!**
- Contém 1 campo de gauge, 6 escalares e 4 fermions
- Operadores invariantes de gauge $\mathcal{O} = \text{Tr}(\phi_{i_1}(x) \dots \phi_{i_L}(x))$
- Numa teoria conforme $\langle \mathcal{O}(x) \mathcal{O}(y) \rangle \sim \frac{1}{|x-y|^{2\Delta}}$, onde $\Delta = \Delta_0 + \gamma$,
 - Δ_0 é a dimensão nua do operador
 - γ a dimensão anômala

Integrabilidade em AdS/CFT

SYM com $\mathcal{N} = 4$

- É uma teoria **conforme!**
- Contém 1 campo de gauge, 6 escalares e 4 fermions
- Operadores invariantes de gauge $\mathcal{O} = \text{Tr}(\phi_{i_1}(x) \dots \phi_{i_L}(x))$
- Numa teoria conforme $\langle \mathcal{O}(x) \mathcal{O}(y) \rangle \sim \frac{1}{|x-y|^{2\Delta}}$, onde $\Delta = \Delta_0 + \gamma$,
 Δ_0 é a dimensão nua do operador
 γ a dimensão anômala
- Se a constante de acoplamento for pequena $\gamma \ll \Delta_0$ e então
 $\langle \mathcal{O}(x) \mathcal{O}(y) \rangle \sim \frac{1}{|x-y|^{2\Delta_0}} (1 - \gamma \ln(\Lambda^2 |x-y|^2))$

- É uma teoria **conforme!**
- Contém 1 campo de gauge, 6 escalares e 4 fermions
- Operadores invariantes de gauge $\mathcal{O} = \text{Tr}(\phi_{i_1}(x) \dots \phi_{i_L}(x))$
- Numa teoria conforme $\langle \mathcal{O}(x) \mathcal{O}(y) \rangle \sim \frac{1}{|x-y|^{2\Delta}}$, onde $\Delta = \Delta_0 + \gamma$,
 Δ_0 é a dimensão nua do operador
 γ a dimensão anômala
- Se a constante de acoplamento for pequena $\gamma \ll \Delta_0$ e então
 $\langle \mathcal{O}(x) \mathcal{O}(y) \rangle \sim \frac{1}{|x-y|^{2\Delta_0}} (1 - \gamma \ln(\Lambda^2 |x-y|^2))$
- Podemos considerar operadores \mathcal{O} no setor de SO(6) dos campos escalares composto por L campos escalares:
 $\mathcal{O}_1(x) = \text{Tr}(\phi_{i_1}(x) \dots \phi_{i_L}(x))$
 $\mathcal{O}_2(y) = \text{Tr}(\phi_{j_1}(y) \dots \phi_{j_L}(y))$

Integrabilidade em AdS/CFT

SYM com $\mathcal{N} = 4$

- É uma teoria **conforme!**
- Contém 1 campo de gauge, 6 escalares e 4 fermions
- Operadores invariantes de gauge $\mathcal{O} = \text{Tr}(\phi_{i_1}(x) \dots \phi_{i_L}(x))$
- Numa teoria conforme $\langle \mathcal{O}(x) \mathcal{O}(y) \rangle \sim \frac{1}{|x-y|^{2\Delta}}$, onde $\Delta = \Delta_0 + \gamma$,
 Δ_0 é a dimensão nua do operador
 γ a dimensão anômala
- Se a constante de acoplamento for pequena $\gamma \ll \Delta_0$ e então
 $\langle \mathcal{O}(x) \mathcal{O}(y) \rangle \sim \frac{1}{|x-y|^{2\Delta_0}} (1 - \gamma \ln(\Lambda^2 |x-y|^2))$
- Podemos considerar operadores \mathcal{O} no setor de SO(6) dos campos escalares composto por L campos escalares:

$$\mathcal{O}_1(x) = \text{Tr}(\phi_{i_1}(x) \dots \phi_{i_L}(x))$$

$$\mathcal{O}_2(y) = \text{Tr}(\phi_{j_1}(y) \dots \phi_{j_L}(y))$$

- Se tomarmos o setor mais simples, **SU(2)**, obtemos
 $\langle \mathcal{O}_1(x) \mathcal{O}_2(y) \rangle \sim \frac{1}{|x-y|^{2L}} (1 - \frac{1}{2\pi^2} \ln(\Lambda^2 |x-y|^2) \Gamma)$, onde

$$\Gamma = \frac{\lambda}{8\pi^2} \sum_{\ell=1}^L (1 - P_{\ell, \ell+1}), \text{ onde } P \text{ é o operador de troca}$$

$$P_{\ell, \ell+1} \delta_{i_1}^{j_1} \dots \delta_{i_\ell}^{j_\ell} \delta_{i_{\ell+1}}^{j_{\ell+1}} \dots \delta_{i_L}^{j_L} = \delta_{i_1}^{j_1} \dots \delta_{i_\ell}^{j_{\ell+1}} \delta_{i_{\ell+1}}^{j_\ell} \dots \delta_{i_L}^{j_L}$$

- Esta é essencialmente a **Hamiltoniana da cadeia de spins isotrópica de Heisenberg com L sitios!!!**

$$H = \frac{\lambda}{8\pi^2} \sum_{\ell=1}^L \left(\frac{1}{2} - 2\vec{S}_\ell \cdot \vec{S}_{\ell+1} \right)$$

Integrabilidade em AdS/CFT

SYM com $\mathcal{N} = 4$

- Esta é essencialmente a **Hamiltoniana da cadeia de spins isotrópica de Heisenberg com L sitios!!!**

$$H = \frac{\lambda}{8\pi^2} \sum_{\ell=1}^L \left(\frac{1}{2} - 2\vec{S}_{\ell} \cdot \vec{S}_{\ell+1} \right)$$

- A cadeia de spins é **ferromagnética**, e o estado fundamental tem todos os spins alinhados, com spin total $L/2$.

- Esta é essencialmente a **Hamiltoniana da cadeia de spins isotrópica de Heisenberg com L sítios!!!**

$$H = \frac{\lambda}{8\pi^2} \sum_{\ell=1}^L \left(\frac{1}{2} - 2\vec{S}_{\ell} \cdot \vec{S}_{\ell+1} \right)$$

- A cadeia de spins é **ferromagnética**, e o estado fundamental tem todos os spins alinhados, com spin total $L/2$.
- Estes são os operadores primários da teoria de gauge. Os operadores não primários são excitações deste estado fundamental: **magnons**.

Integrabilidade em AdS/CFT

SYM com $\mathcal{N} = 4$

- Esta é essencialmente a **Hamiltoniana da cadeia de spins isotrópica de Heisenberg com L sítios!!!**

$$H = \frac{\lambda}{8\pi^2} \sum_{\ell=1}^L \left(\frac{1}{2} - 2\vec{S}_{\ell} \cdot \vec{S}_{\ell+1} \right)$$

- A cadeia de spins é **ferromagnética**, e o estado fundamental tem todos os spins alinhados, com spin total $L/2$.
- Estes são os operadores primários da teoria de gauge. Os operadores não primários são excitações deste estado fundamental: **magnons**.
- Todas as ferramentas de modelos integráveis podem agora ser usados (**ansatz de Bethe**, etc) assim como suas propriedades (**o espalhamento das excitações pode ser reduzido ao espalhamento de 2 partículas**, etc.)

- Esta é essencialmente a **Hamiltoniana da cadeia de spins isotrópica de Heisenberg com L sitios!!!**

$$H = \frac{\lambda}{8\pi^2} \sum_{\ell=1}^L \left(\frac{1}{2} - 2\vec{S}_\ell \cdot \vec{S}_{\ell+1} \right)$$

- A cadeia de spins é **ferromagnética**, e o estado fundamental tem todos os spins alinhados, com spin total $L/2$.
- Estes são os operadores primários da teoria de gauge. Os operadores não primários são excitações deste estado fundamental: **magnons**.
- Todas as ferramentas de modelos integráveis podem agora ser usados (**ansatz de Bethe**, etc) assim como suas propriedades (**o espalhamento das excitações pode ser reduzido ao espalhamento de 2 partículas**, etc.)
- Neste contexto Γ também é a **correção de 1-loop do operador de dilatação** e seus autovalores correspondem a energia dos magnons na cadeia de spin.

- Esta é essencialmente a **Hamiltoniana da cadeia de spins isotrópica de Heisenberg com L sites!!!**

$$H = \frac{\lambda}{8\pi^2} \sum_{\ell=1}^L \left(\frac{1}{2} - 2\vec{S}_{\ell} \cdot \vec{S}_{\ell+1} \right)$$

- A cadeia de spins é **ferromagnética**, e o estado fundamental tem todos os spins alinhados, com spin total $L/2$.
- Estes são os operadores primários da teoria de gauge. Os operadores não primários são excitações deste estado fundamental: **magnons**.
- Todas as ferramentas de modelos integráveis podem agora ser usados (**ansatz de Bethe**, etc) assim como suas propriedades (**o espalhamento das excitações pode ser reduzido ao espalhamento de 2 partículas**, etc.)
- Neste contexto Γ também é a **correção de 1-loop do operador de dilatação** e seus autovalores correspondem a energia dos magnons na cadeia de spin.
- No setor $SU(2)$ a energia do magnon é $E = \lambda \frac{m(n-m)}{2L}$, onde m e n são inteiros.

Integrabilidade em AdS/CFT

SYM com $\mathcal{N} = 4$

- Esta é essencialmente a **Hamiltoniana da cadeia de spins isotrópica de Heisenberg com L sites!!!**

$$H = \frac{\lambda}{8\pi^2} \sum_{\ell=1}^L \left(\frac{1}{2} - 2\vec{S}_{\ell} \cdot \vec{S}_{\ell+1} \right)$$

- A cadeia de spins é **ferromagnética**, e o estado fundamental tem todos os spins alinhados, com spin total $L/2$.
- Estes são os operadores primários da teoria de gauge. Os operadores não primários são excitações deste estado fundamental: **magnons**.
- Todas as ferramentas de modelos integráveis podem agora ser usados (**ansatz de Bethe**, etc) assim como suas propriedades (**o espalhamento das excitações pode ser reduzido ao espalhamento de 2 partículas**, etc.)
- Neste contexto Γ também é a **correção de 1-loop do operador de dilatação** e seus autovalores correspondem a energia dos magnons na cadeia de spin.
- No setor $SU(2)$ a energia do magnon é $E = \lambda \frac{m(n-m)}{2L}$, onde m e n são inteiros.
- Outros setores da teoria de gauge também são integráveis.

Integrabilidade em AdS/CFT

SYM com $\mathcal{N} = 4$

- Esta é essencialmente a **Hamiltoniana da cadeia de spins isotrópica de Heisenberg com L sítios!!!**

$$H = \frac{\lambda}{8\pi^2} \sum_{\ell=1}^L \left(\frac{1}{2} - 2\vec{S}_{\ell} \cdot \vec{S}_{\ell+1} \right)$$

- A cadeia de spins é **ferromagnética**, e o estado fundamental tem todos os spins alinhados, com spin total $L/2$.
- Estes são os operadores primários da teoria de gauge. Os operadores não primários são excitações deste estado fundamental: **magnons**.
- Todas as ferramentas de modelos integráveis podem agora ser usados (**ansatz de Bethe**, etc) assim como suas propriedades (**o espalhamento das excitações pode ser reduzido ao espalhamento de 2 partículas**, etc.)
- Neste contexto Γ também é a **correção de 1-loop do operador de dilatação** e seus autovalores correspondem a energia dos magnons na cadeia de spin.
- No setor $SU(2)$ a energia do magnon é $E = \lambda \frac{m(n-m)}{2L}$, onde m e n são inteiros.
- Outros setores da teoria de gauge também são integráveis.
- Teorias de gauge com **menos supersimetria** também apresentam setores integráveis.

- Esta é essencialmente a **Hamiltoniana da cadeia de spins isotrópica de Heisenberg com L sítios!!!**

$$H = \frac{\lambda}{8\pi^2} \sum_{\ell=1}^L \left(\frac{1}{2} - 2\vec{S}_{\ell} \cdot \vec{S}_{\ell+1} \right)$$

- A cadeia de spins é **ferromagnética**, e o estado fundamental tem todos os spins alinhados, com spin total $L/2$.
- Estes são os operadores primários da teoria de gauge. Os operadores não primários são excitações deste estado fundamental: **magnons**.
- Todas as ferramentas de modelos integráveis podem agora ser usados (**ansatz de Bethe**, etc) assim como suas propriedades (**o espalhamento das excitações pode ser reduzido ao espalhamento de 2 partículas**, etc.)
- Neste contexto Γ também é a **correção de 1-loop do operador de dilatação** e seus autovalores correspondem a energia dos magnons na cadeia de spin.
- No setor $SU(2)$ a energia do magnon é $E = \lambda \frac{m(n-m)}{2L}$, onde m e n são inteiros.
- Outros setores da teoria de gauge também são integráveis.
- Teorias de gauge com **menos supersimetria** também apresentam setores integráveis.
- **A teoria inteira é integrável?**

Integrabilidade em AdS/CFT

Cordas em AdS

- A ação clássica da corda em $AdS_5 \times S^5$ é integrável: **tem um número infinito de correntes não-locais!**

$$S = \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^2\sigma (G_{\mu\nu}^{(AdS_5)} \partial^\alpha X^\mu \partial_\alpha X^\nu + G_{ab}^{(S^5)} \partial^\alpha Y^a \partial_\alpha Y^b) + \dots$$

Integrabilidade em AdS/CFT

Cordas em AdS

- A ação clássica da corda em $AdS_5 \times S^5$ é integrável: **tem um número infinito de correntes não-locais!**

$$S = \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^2\sigma (G_{\mu\nu}^{(AdS_5)} \partial^\alpha X^\mu \partial_\alpha X^\nu + G_{ab}^{(S^5)} \partial^\alpha Y^a \partial_\alpha Y^b) + \dots$$

- O setor de **SU(2)** da simetria R da teoria de gauge corresponde a uma corda restrita a se mover no sub-espaço $R \times S^3$, onde R corresponde à coordenada temporal de AdS_5 e S^3 é um sub-espaço de S^5 .

Integrabilidade em AdS/CFT

Cordas em AdS

- A ação clássica da corda em $AdS_5 \times S^5$ é integrável: **tem um número infinito de correntes não-locais!**

$$S = \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^2\sigma (G_{\mu\nu}^{(AdS_5)} \partial^\alpha X^\mu \partial_\alpha X^\nu + G_{ab}^{(S^5)} \partial^\alpha Y^a \partial_\alpha Y^b) + \dots$$

- O setor de **SU(2)** da simetria R da teoria de gauge corresponde a uma corda restrita a se mover no sub-espaço $R \times S^3$, onde R corresponde à coordenada temporal de AdS_5 e S^3 é um sub-espaço de S^5 .
- Existem 3 **isometrias**:
 - translações do tempo em AdS_5 , logo **conservação da energia E** .
 - translações em dois ângulos de S^3 , logo **conservação de 2 momentos angulares J_1 e J_2** .

Integrabilidade em AdS/CFT

Cordas em AdS

- A ação clássica da corda em $AdS_5 \times S^5$ é integrável: **tem um número infinito de correntes não-locais!**

$$S = \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^2\sigma (G_{\mu\nu}^{(AdS_5)} \partial^\alpha X^\mu \partial_\alpha X^\nu + G_{ab}^{(S^5)} \partial^\alpha Y^a \partial_\alpha Y^b) + \dots$$

- O setor de **SU(2)** da simetria R da teoria de gauge corresponde a uma corda restrita a se mover no sub-espaço $R \times S^3$, onde R corresponde à coordenada temporal de AdS_5 e S^3 é um sub-espaço de S^5 .
- Existem 3 **isometrias**:
 - translações do tempo em AdS_5 , logo **conservação da energia E** .
 - translações em dois ângulos de S^3 , logo **conservação de 2 momentos angulares J_1 e J_2** .
- **Corda girando em S^3** com momento velocidade angular ω_1 e ω_2 é solução da teoria clássica se a energia for

$$E = J - \lambda \frac{m_1 m_2}{2J} + \dots, \quad J = J_1 + J_2$$

onde $\lambda = R/4\pi\alpha'$, e m_1 e m_2 são constantes de integração.

Integrabilidade em AdS/CFT

Cordas em AdS

- A ação clássica da corda em $AdS_5 \times S^5$ é integrável: **tem um número infinito de correntes não-locais!**

$$S = \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^2\sigma (G_{\mu\nu}^{(AdS_5)} \partial^\alpha X^\mu \partial_\alpha X^\nu + G_{ab}^{(S^5)} \partial^\alpha Y^a \partial_\alpha Y^b) + \dots$$

- O setor de **SU(2)** da simetria R da teoria de gauge corresponde a uma corda restrita a se mover no sub-espaço $R \times S^3$, onde R corresponde à coordenada temporal de AdS_5 e S^3 é um sub-espaço de S^5 .
- Existem 3 **isometrias**:
 - translações do tempo em AdS_5 , logo **conservação da energia E** .
 - translações em dois ângulos de S^3 , logo **conservação de 2 momentos angulares J_1 e J_2** .
- **Corda girando em S^3** com momento velocidade angular ω_1 e ω_2 é solução da teoria clássica se a energia for

$$E = J - \lambda \frac{m_1 m_2}{2J} + \dots, \quad J = J_1 + J_2$$

onde $\lambda = R/4\pi\alpha'$, e m_1 e m_2 são constantes de integração.

- Compare com a **dimensão anômala do setor SU(2)** da teoria de gauge (energia do magnon na cadeia de spins):

$$E = \lambda \frac{m(n-m)}{2L}$$

- São **idênticas** se $m_1 = m$, $m_2 = -(n-m)$ e $L = J$!

Integrabilidade em AdS/CFT

Cordas em AdS

- A ação clássica da corda em $AdS_5 \times S^5$ é integrável: **tem um número infinito de correntes não-locais!**

$$S = \frac{1}{4\pi\alpha'} \int d^2\sigma (G_{\mu\nu}^{(AdS_5)} \partial^\alpha X^\mu \partial_\alpha X^\nu + G_{ab}^{(S^5)} \partial^\alpha Y^a \partial_\alpha Y^b) + \dots$$

- O setor de **SU(2)** da simetria R da teoria de gauge corresponde a uma corda restrita a se mover no sub-espaço $R \times S^3$, onde R corresponde à coordenada temporal de AdS_5 e S^3 é um sub-espaço de S^5 .
- Existem 3 **isometrias**:
 - translações do tempo em AdS_5 , logo **conservação da energia E** .
 - translações em dois ângulos de S^3 , logo **conservação de 2 momentos angulares J_1 e J_2** .
- **Corda girando em S^3** com momento velocidade angular ω_1 e ω_2 é solução da teoria clássica se a energia for

$$E = J - \lambda \frac{m_1 m_2}{2J} + \dots, \quad J = J_1 + J_2$$

onde $\lambda = R/4\pi\alpha'$, e m_1 e m_2 são constantes de integração.

- Compare com a **dimensão anômala do setor SU(2)** da teoria de gauge (energia do magnon na cadeia de spins):

$$E = \lambda \frac{m(n-m)}{2L}$$

- São **idênticas** se $m_1 = m$, $m_2 = -(n-m)$ e $L = J$!
- **O espectro das cordas em AdS corresponde ao espectro de dimensão anômala do operador de dilatação da teoria de gauge!**

- A correspondência AdS/CFT prevê a equivalência completa de uma teoria quântica de campos, a teoria de gauge supersimétrica com 4 supersimetrias, com uma teoria de cordas fechadas num espaço de $AdS_5 \times S^5$.

- A correspondência AdS/CFT prevê a equivalência completa de uma teoria quântica de campos, a teoria de gauge supersimétrica com 4 supersimetrias, com uma teoria de cordas fechadas num espaço de $AdS_5 \times S^5$.
- Vários testes foram feitos e comprovam a equivalência. É necessário uma prova geral!

- A correspondência AdS/CFT prevê a equivalência completa de uma teoria quântica de campos, a teoria de gauge supersimétrica com 4 supersimetrias, com uma teoria de cordas fechadas num espaço de $AdS_5 \times S^5$.
- Vários testes foram feitos e comprovam a equivalência. É necessário uma prova geral!
- Tanto a teoria de gauge quanto a teoria de cordas apresentam setores integráveis. Tais setores estão ligados pela correspondência.

- A correspondência AdS/CFT prevê a equivalência completa de uma teoria quântica de campos, a teoria de gauge supersimétrica com 4 supersimetrias, com uma teoria de cordas fechadas num espaço de $AdS_5 \times S^5$.
- Vários testes foram feitos e comprovam a equivalência. É necessário uma prova geral!
- Tanto a teoria de gauge quanto a teoria de cordas apresentam setores integráveis. Tais setores estão ligados pela correspondência.
- A integrabilidade pode ser a chave para provar a correspondência.

- A correspondência AdS/CFT prevê a equivalência completa de uma teoria quântica de campos, a teoria de gauge supersimétrica com 4 supersimetrias, com uma teoria de cordas fechadas num espaço de $AdS_5 \times S^5$.
- Vários testes foram feitos e comprovam a equivalência. É necessário uma prova geral!
- Tanto a teoria de gauge quanto a teoria de cordas apresentam setores integráveis. Tais setores estão ligados pela correspondência.
- A integrabilidade pode ser a chave para provar a correspondência.
- A correspondência também é válida para outras teorias de gauge (com menos supersimetria) e para cordas fechadas em backgrounds que são deformações de $AdS_5 \times S^5$.

- A correspondência AdS/CFT prevê a equivalência completa de uma teoria quântica de campos, a teoria de gauge supersimétrica com 4 supersimetrias, com uma teoria de cordas fechadas num espaço de $AdS_5 \times S^5$.
- Vários testes foram feitos e comprovam a equivalência. É necessário uma prova geral!
- Tanto a teoria de gauge quanto a teoria de cordas apresentam setores integráveis. Tais setores estão ligados pela correspondência.
- A integrabilidade pode ser a chave para provar a correspondência.
- A correspondência também é válida para outras teorias de gauge (com menos supersimetria) e para cordas fechadas em backgrounds que são deformações de $AdS_5 \times S^5$.
- A correspondência foi extrapolada para situações mais gerais e não se sabe se são válidas: temperatura finita e buracos negros, AdS/QCD. Entretanto, os resultados são surpreendentes!!!